



ИНТЕРВАЛЬНЫЕ ИТЕРАЦИОННЫЕ АЛГОРИТМЫ АДАПТАЦИИ ПИД РЕГУЛЯТОРОВ

В.Я. Ротач (МЭИ)

Рассматривается применение интервальных итерационных алгоритмов адаптации в системах с реальными ПИД регуляторами, а также их использование для преднастройки обычных точечных алгоритмов адаптации.

В публикациях по алгоритмам адаптации в системах автоматического управления (САУ) [1] выбор параметров настраиваемой модели объекта производится из условия совпадения комплексных частотных характеристик (КЧХ) объекта и его модели при одной частоте. Такие алгоритмы могут быть названы точечными. В [2] рассматривался один из возможных путей усовершенствования этих алгоритмов так, чтобы совпадение характеристик объекта и его модели происходило не на одной частоте, а на некотором интервале частот; такие алгоритмы были названы *интервальными*. Их применение потребовало применения структуры модели с четырьмя свободными параметрами типа:

$$W_{mod}(s) = \frac{k_{mod} \exp(-\tau_{mod} s)}{(\beta \tau_{mod} s + 1)^n}, \quad (1)$$

позволяющей добиться методом интерполирования совпадения КЧХ на концах выбранного интервала частот.

Применение подобной, сравнительно сложной модели объекта на практике становится целесообразным, прежде всего, при адаптации САУ с ПИД регуляторами, передаточная функция которых обычно определяется формулой:

$$R(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right), \quad (2)$$

где: k_p , T_i , T_d – коэффициент передачи, постоянные времени интегрирования и дифференцирования. Хотя в пособиях по теории автоматического управления ПИД регуляторы принято называть "простейшими", на практике их настройка оказывается далеко не простой. Наличие трех параметров настройки и вследствие этого необходимость поиска в трехмерном пространстве заставляет искать пути понижения размерности задачи. В большинстве публикаций это достигается фиксацией на некотором уровне отношения постоянных времени дифференцирования и интегрирования T_d/T_i . Опыт расчетов свидетельствует, однако, что оптимальное значение этого отношения может оказаться далеким от рекомендуемого. Логически достаточно обоснованным способом понижения размерности задачи может считаться введение в критерий оптимальной настройки ПИД регуляторов ограничения в виде эвристического требования взаимной компенсации дифференциальной и интегральной компоненты в их законе регулирования [3].

Оптимизация параметров настройки ПИД регуляторов начинается в этом случае с назначения минимальной резонансной частоты контура ω_r , равной частоте, при которой фазовая частотная характеристика модели объекта $\varphi_{mod}(\omega)$ принимает значение:

$$\varphi_{mod}(\omega_r) = -\pi + \sin^{-1}\left(\frac{1}{M}\right), \quad (3)$$

где M – частотный показатель колебательности (резонансный пик графика модуля КЧХ замкнутого контура системы), определяющий меру его запаса устойчивости. После этого определяется начальная настройка регулятора по формулам:

$$T_i = -\frac{2}{\omega_r^2 \varphi'_{mod}(\omega_r)}; \quad T_d = \frac{1}{T_i \omega_r^2};$$

$$k_p = \frac{M}{\sqrt{M^2 - 1}} \frac{1}{A_{mod}(\omega_r)}. \quad (4)$$

Она обеспечивает достижение максимума коэффициента передачи регулятора при этой частоте. Дальнейшее увеличение коэффициента передачи регулятора (если, конечно, это окажется возможным) может быть достигнуто увеличением резонансной частоты, сопровождаемым вычислением параметров настройки по формулам:

$$T_i = -\frac{2}{\omega_{res}^2 [1 + a^2(\omega_{res})] \varphi'(\omega_{res}) + \omega_{res} a(\omega_{res})};$$

$$T_d = \frac{1}{\omega_{res}} \left[a(\omega_{res}) + \frac{1}{T_i \omega_{res}} \right]; \quad k_p = \frac{M}{\sqrt{M^2 - 1}} \frac{1}{A_1(\omega_{res})}, \quad (5)$$

где: $a(\omega) = \text{tg} [-\pi + \gamma - \varphi_{mod}(\omega_{res})]$, $A_1(\omega)$ – модуль КЧХ разомкнутого контура при единичном коэффициенте передачи регулятора. Увеличение резонансной частоты следует производить до тех пор, пока модуль КЧХ замкнутого контура не превысит допустимое значение M .

В реально применяемых ПИД регуляторах для сглаживания случайных помех в дифференциатор приходится вводить низкочастотный фильтр – обычно апериодическое звено с постоянной времени T_f , так что передаточная функция реального регулятора приобретает вид:

$$R(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_f s + 1} \right). \quad (6)$$

Постоянная времени фильтра связывается с постоянной времени дифференцирования соотношением:

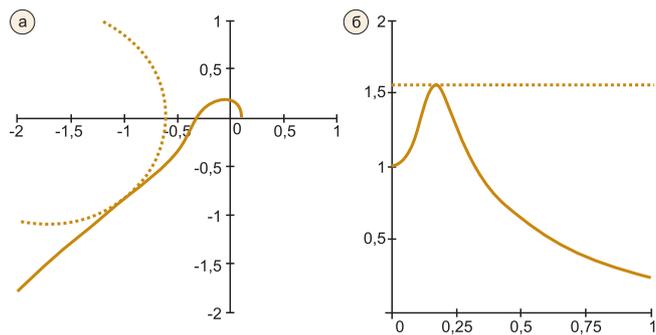


Рис. 1

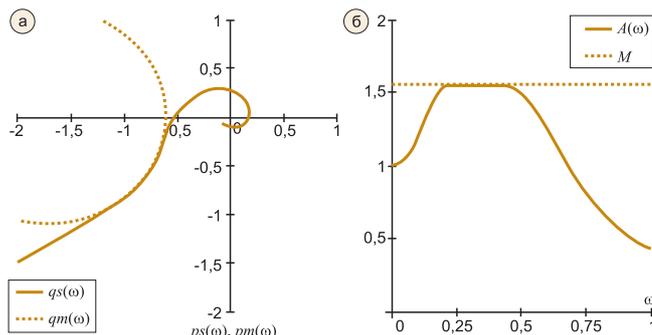


Рис. 2

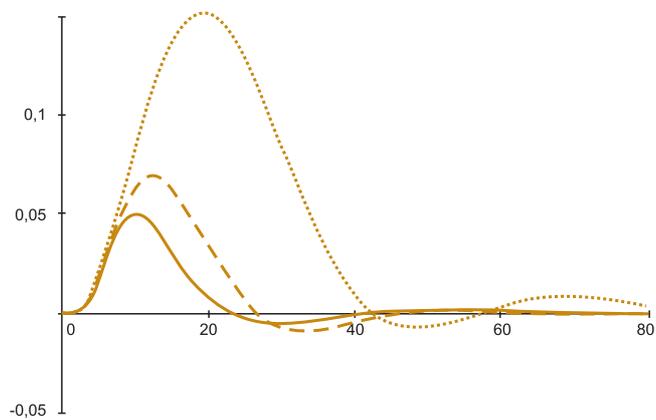


Рис. 3

$$T_d = k_f T_f, \tag{7}$$

где k_f — называется коэффициентом передачи реально-го дифференциатора. При небольшом значении k_f влиянием фильтра нельзя пренебречь, и начальная настройка регулятора производится в следующем порядке.

После изложенного выше определения начальной настройки идеализированного ПИД регулятора по КЧХ модели объекта $W_{mod}(j\omega)$ для резонансной частоты ω_r находится первое приближение к постоянной времени фильтра:

$$T_f = T_d/k_f. \tag{8}$$

Сглаживающий фильтр присоединяется к модели объекта, в результате чего образуется модель виртуального объекта с передаточной функцией:

$$W_{mod}^v(s) = W_{mod}(s) W_f(s), \tag{9}$$

и по его КЧХ обычным порядком определяются начальные параметры настройки k_p^v, T_i^v, T_d^v виртуального идеализированного регулятора, что позволяет вычислить параметры настройки реального регулятора:

$$k_p = k_p^v \left(1 - \frac{T_f}{T_i^v}\right); \quad T_i = T_i^v - T_f; \quad T_d = \frac{T_d^v T_i^v}{T_i^v - T_f} - T_f. \tag{10}$$

Проверяется соответствие полученного значения T_d/T_f его заданному значению k_f . Если наблюдается заметное расхождение, постоянную времени фильтра T_f следует изменить и, начиная с п. 3, повторить расчеты. Повторение продолжается до тех пор, пока k_f не примет заданное значение, и поиск начальной настройки заканчивается.

Поиск оптимума настройки производится как и для идеализированного регулятора по формулам (5), но только по КЧХ виртуального объекта (9) с последующим использованием формул (10) и проверкой на каждом шаге значения k_f . Полученное значение резонансной частоты следует выбрать в качестве нижней грани частотного интервала оценки модели объекта при следующем сеансе адаптации при неизменной верхней.

Обычно описанные в [2] эксперименты и расчеты в полном объеме требуется делать сравнительно редко, в частности, при вводе системы в эксплуатацию. В дальнейшем при периодической оперативной диагностике настройки регулятора можно ограничиваться применением более простых точечных алгоритмов адаптации, оценивая на каждом шаге только одну точку КЧХ объекта — частоту нижней грани интервала частот, полученную в предыдущем сеансе адаптации. В модели (1) оставляются свободными только два параметра [3] k_{mod} и τ_{mod} , остальные фиксируются на найденном при полной адаптации уровне. Расчеты выполняются в следующем порядке.

По полученному из эксперимента вектору КЧХ контура $\Phi_{uy}(j\omega)$ находится КЧХ объекта:

$$W_{\mu}(j\omega) = \frac{1}{W_p(j\omega)} \frac{\Phi_{yu}(j\omega)}{1 - \Phi_{yu}(j\omega)} = A_{\mu} e^{j\phi_{\mu}}, \tag{11}$$

и составляется уравнение аргументов для выбранной модели (1):

$$\phi_{\mu} = -n \arctg(\tau_{mod} \beta \omega) - \tau_{mod} \omega; \tag{12}$$

исходя из его решения при известных ω, β и n находится значение запаздывания модели τ_{mod} . Теперь из уравнения для модулей может быть найдено значение коэффициента передачи модели:

$$k_{mod} = A_{\mu} (1 + \tau_{mod}^2 \beta^2 \omega^2)^{n/2}. \tag{13}$$

Полученных данных о модели объекта достаточно, чтобы определить новую настройку регулятора и новую резонансную частоту, которую следует запомнить для следующего сеанса адаптации.

Определение параметров настройки регулятора упрощается, если предварительно после полной адаптации по интервальной модели перейти к безразмерным параметрам, переписав КЧХ разомкнутого контура системы:

$$W(j\omega) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i j\omega} + \frac{T_d j\omega}{T_f j\omega + 1} \right) \frac{k_{mod} \exp(-\tau_{mod} j\omega)}{(\tau_{mod} \beta j\omega + 1)^n}$$

в функции безразмерной частоты $\Omega = \tau_{mod} \omega$:

$$W(j\Omega) = K \left(1 + \frac{1}{I j\Omega} + \frac{D j\Omega}{F j\Omega + 1} \right) \frac{\exp(-j\Omega)}{(\beta j\Omega + 1)^n}, \quad (14)$$

где: $K = k_p k_{mod}$; $I = \frac{T_i}{\tau_{mod}}$; $D = \frac{T_d}{\tau_{mod}}$; $F = \frac{T_f}{\tau_{mod}}$.

Для фиксированных значений β и n по КЧХ безразмерного объекта:

$$W_\mu(j\Omega) = \frac{\exp(-j\Omega)}{(\beta j\Omega + 1)^n} \quad (15)$$

могут быть найдены оптимальные значения безразмерных параметров настройки ПИД регулятора K_{opt} , I_{opt} , D_{opt} , F_{opt} и Ω_{res} , так что после определения в очередном сеансе точечной адаптации значений свободных параметров τ_{mod} и k_{mod} оптимальные параметры регулятора находятся по простым формулам:

$$\begin{aligned} k_p^{opt} &= K_{opt}/k_{mod}; \quad T_i^{opt} = I_{opt} \tau_{mod}; \\ T_d^{opt} &= D_{opt} \tau_{mod}; \quad T_f^{opt} = F_{opt} \tau_{mod}, \end{aligned} \quad (16)$$

а записываемая в память частота последующего эксперимента:

$$\omega = \Omega_{res}/\tau_{mod}. \quad (17)$$

Безразмерная КЧХ замкнутого контура:

$$\Phi_{yu}(j\Omega_{res}) = \frac{W(j\Omega_{res})}{1+W(j\Omega_{res})} \quad (18)$$

при оптимальных безразмерных параметрах настройки регулятора принимает некоторое фиксированное значение, которое может быть принято как показатель достижения оптимума настройки в очередном сеансе адаптации с помощью точечного алгоритма. Если этого не произошло, то, скорее всего, необходимо уточнение фиксированных параметров модели постановкой сеанса полной адаптации по интервальной модели.

В заключение следует заметить, что:

1. При улучшении настройки ПИД регулятора путем увеличения резонансной частоты контура следует помнить о робастности системы, которая обычно при этом ухудшается, так что может оказаться целесообразным (особенно при использовании точечных алгоритмов) ограничиться начальной настройкой, соответствующей частоте ω_r ;

2. Может оказаться, что уже на первом этапе расчета настройки, ориентированной на частоту ω_r , резонансный пик модуля КЧХ замкнутого контура выходит за пределы дозванного значения. Как правило, это бывает в системах, регулируемые объекты которых имеют относительно большое запаздывание. В этом

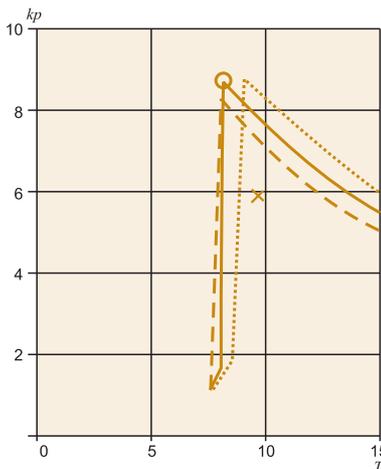


Рис. 4

случае продолжение расчетов следует выполнять в соответствии с рекомендациями, изложенными в [4], причем нужно быть готовым к относительно небольшому эффекту от перехода ПИ к ПИД регулятору.

Пример

В [2] был рассмотрен пример адаптации ПИ регулятора для объекта с передаточной функцией:

$$W_\mu(s) = \frac{\exp(-1,8s)}{(6s+1)(18s+1)}. \quad (19)$$

При этом использовались программы в среде *MathCad* примеров учебника [3], которые продублированы на сайте <http://acswww.mpei.ac.ru> под теми же номерами рисунков. Здесь рассмотрим процедуру адаптации реального ПИД регулятора (6) при $k_f = 8$.

Начало процедуры адаптации, связанное с оценкой параметров модели (1), полностью совпадает с процедурой, описанной в примере [2], где был получен следующий результат: $\omega_{mod} = 2,186$; $k_{mod} = 0,904$; $\beta = 5,288$; $n = 1,815$ на интервале частот, заключенном между $\omega_1 = 0,126$ и $\omega_2 = 0,33$. Поэтому здесь этот вопрос рассматриваться не будет. Результаты отдельных шагов определения начальной настройки:

а) решение уравнения (3) при $M = 1,55$ и оптимальные параметры настройки (4) идеализированного ПИД регулятора для модели (1) (может быть использована программа в Internet на рис. 5.15): $\omega_r = 0,181$; $k_p = 6,69$; $T_i = 10$; $T_d = 3,035$;

б) первое приближение к постоянной времени фильтра $T_f = 3,035/8 = 0,379$ и передаточная функция модели виртуального объекта (9):

$$W_{mod}^v(s) = \frac{0,904 \exp(-2,186s)}{(5,288 \times 2,186s + 1)^{1,815} (0,379s + 1)};$$

в) оптимальная настройка идеализированного виртуального ПИД регулятора: $\omega_r = 0,171$; $k_p^v = 6,152$; $T_i^v = 9,994$; $T_d^v = 3,417$ и начальная частота $\omega_r = 0,171$; соответствующая настройка реального регулятора $k_p = 5,918$; $T_i = 9,614$ $T_d = 3,173$;

г) проверка полученного значения коэффициента передачи дифференциатора $T_d/T_f = 8,363$; поскольку

оно оказалось отличным от требуемого, необходимо увеличивать постоянную времени фильтра T_f , повторяя при этом расчет настройки. Требуемое значение этого отношения получается при $T_f = 0,3975$ и виртуальных параметрах настройки: $\omega_r = 0,171$; $k_p^v = 6,13$; $T_i^v = 9,994$ $T_d^v = 3,435$, что дает следующую начальную настройку действительного регулятора: $\omega_r = 0,171$; $k_p = 5,886$; $T_i = 9,596$ $T_d = 3,18$.

Графики КЧХ разомкнутого контура и модуля КЧХ замкнутого контура системы с принятой моделью объекта при такой настройке регулятора

приведены на рис. 1. Их вид свидетельствует о возможности увеличения резонансной частоты и связанным с этим повышением точности работы системы.

Поиск оптимума настройки регулятора при увеличенной частоте резонанса производится по модели виртуального объекта (9) с использованием формул (5), для чего могут быть использованы программы из Internet рис. 5.17, 5.18. Результат поиска оказался следующим: $\omega_{res} = 0,234$; $k_p = 8,735$; $T_i = 8,094$, $T_d = 3,633$; $T_f = 0,454$. Соответствующие КЧХ разомкнутого контура и график модуля КЧХ замкнутого контура показаны на рис. 2.

Графики переходных характеристик действительной системы с объектом, описываемым передаточной функцией (19), и найденными выше параметрами регулятора, представлены на рис. 3, где рассмотрены три случая: сплошная кривая – система с оптимально настроенным реальным ПИД регулятором, штриховая кривая – система с реальным ПИД регулятором при его начальной настройке, пунктирная кривая – система с оптимально настроенным ПИ регулятором (оптимальные параметры настройки которой были найдены в примере [2]).

Полученные графики свидетельствуют о серьезном положительном эффекте, получаемом при переходе от ПИ к ПИД регулятору. Оптимальные параметры ПИД регулятора $\omega_{res} = 0,241$; $k_p = 8,884$; $T_i = 7,588$; $T_d = 3,745$, найденные по действительной передаточной функции объекта (19), оказались достаточно близкими к полученным выше по его модели, так что соответствующие графики процессов регулирования практически наложились друг на друга.

Безразмерные начальные параметры ПИД регулятора (14) для $\beta = 5,288$; $n = 1,815$ при настройке по точечному алгоритму с использованием формул (16, 17) оказались следующими: $\Omega_{res} = 0,373$; $K = 5,321$; $I = 4,39$; $D = 1,455$; $F = 0,182$. Модуль КЧХ замкнутого контура (18) принимает значение 1,55, а аргумент $-0,87$ рад (или $-49,8^\circ$), что может служить показателем достижения начальной настройки на очередном сеансе адаптации.

Рассмотренный эвристический метод расчета настройки служит, строго говоря, только для облегчения поиска действительного оптимума настройки ПИД

регуляторов по обычно применяемым на практике критериям. Среди них наибольший интерес представляет критерий максимума фильтрации низкочастотных случайных и детерминированных возмущений, в том числе и недоступных для контроля [3, 5]. Следует предположить, что именно при таком роде возмущений оказывается возможной обычно требуемая на практике точность работы системы управления одновременно по отношению ко всем возмущениям как с точки зрения среднеквадратичного отклонения, так и максимальных выбросов регулируемой величины. Для систем с ПИД регуляторами этот критерий определяется простой формулой:

$$\frac{k_p}{T_i} = \max, \quad (20)$$

при ограничении на запас устойчивости.

На рис. 4 сплошной кривой показана граница области требуемого запаса устойчивости по $M = 1,55$ для полученного значения $\alpha = T_d/T_i = 0,449$ (используется Internet рис. 5.9, где принимается $T_d = \alpha T_i$), а также обозначены точки начальной (крестиком) и оптимальной (кружком) настройки. Как видим, положение точки оптимума удовлетворяет критерию (20). Следует, однако, проверить ситуацию при других, близких значениях отношения T_d/T_i . На рис. 4 построены границы областей требуемого запаса устойчивости для $\alpha = 0,4$ (пунктир) и $\alpha = 0,5$ (штрихи). Максимумы критерия (20) для этих областей уступают по величине критерию для найденной настройки, которую таким образом следует признать истинной.

Список литературы

1. Ротач В.Я. (под ред.) Автоматизация настройки систем управления. М.: Энергоатомиздат. 1984.
2. Ротач В.Я. Интервальные итерационные алгоритмы адаптации // Автоматизация в промышленности. 2007. № 7.
3. Ротач В.Я. Теория автоматического управления. М.: Изд МЭИ. 2004.
4. Ротач В.Я. К расчету оптимальных параметров реальных ПИД регуляторов по экспертным критериям. // Промышленные АСУ и контроллеры. 2006. № 2.
5. Ротач В.Я. Особенности расчета настройки ПИД регуляторов в промышленных системах управления. // Автоматизация в промышленности. 2003. № 12.

Ротач Виталий Яковлевич – д-р техн. наук, проф. каф. "Автоматизированные системы управления тепловыми процессами" Московского энергетического института (технического университета).

E-mail: RotachVY@mpei.ru

13-16 ноября 2007 года, г. Алматы, Казахстан

3-я Международная выставка по технологиям, оборудованию, промышленному машиностроению и автоматизации "Central Asia Machinery'2007"

Выставка ознакомит посетителей с профессиональным оборудованием, расходными материалами; способствует внедрению новых методик и технологий; предоставит участникам возможность продемонстрировать свою продукцию и услуги, расширить сферу деловых контактов, заключить прямые договоры, а также донести до посетителей – массового потребления, новшества, имеющиеся в этой отрасли.

Контактный телефон: +7 3272 66 36 80, факс: +7 3272 66 36 84
E-mail: info@expocentralasia.com Http://www.expocentralasia.com