DOI: 10.25728/avtprom.2020.06.03

Расчет углов для позиционирования рабочих органов робототехнической системы

П.М. Николаев (ФГУП «ЦАГИ»)

В различных робототехнических системах для задания направления рабочих органов используются углы Эйлера. Для практического применения часто требуется решить обратную задачу – определить углы поворота, переводящие ассоциированный с рабочим органом ортонормированный репер из начального в конечное положение. Предложен способ решения данной задачи, обеспечивающий расчет углов Эйлера для любых начальных и конечных положений репера. Приведена программная реализация представленного алгоритма.

Ключевые слова: углы Эйлера, ортонормированный репер, система координат, робототехнические системы, рабочие органы.

В робототехнических комплексах для задания поворота рабочих органов в трехмерном евклидовом пространстве широко используются углы Эйлера. Популярность применения углов Эйлера обусловлена удобством их задания и наглядностью полученного результата [1]. Данный способ задания ориентации твердого тела имеет различные практические реализации, описанные в современной литературе [2–4].

Поворот твердого тела, заданный углами Эйлера, осуществляется путем последовательного вращения вокруг базисных осей репера, ассоциированного с твердым телом (рис. 1). При этом точка начала репера остается неподвижной, а изменяются только направления осей базиса. Повороты выполняются в следующем порядке [5]:

1) поворот относ ительно оси Z на угол α;

2) поворот относительно измененной оси X (X^* на рис. 1) на угол β;

3) поворот относительно измененной оси Z на угол γ.

Углы α, β и γ называются соответственно углами прецессии, нутации и собственного вращения.

Заданные углы Эйлера позволяют повернуть исходный репер в любое конечное направление базисных осей. Однако в практических приложениях часто возникает обратная задача — определить углы, задающие поворот из начального положения репера в определенное конечное положение. Рассмотрим один из возможных способов решения данной задачи.

Постановка задачи и основные предположения

Задача расчета углов Эйлера для поворота репера из начального положения в конечное ставится следующим образом. Имеются начальное и конечное положения репера, заданные координатами осей их базисов — (X, Y, Z) и (X', Y', Z') соответственно. Точки начала реперов совпадают. Предполагается, что базис репера ортонормированный. Данное допущение существенно упрощает расчетные соотношения и не налагает серьезных ограничений на общность решения. Требуется определить углы Эйлера, переводящие репер из начального положения в конечное.

Для дальнейшего упрощения алгоритма зададим координаты положений репера в базисе конечного положения. В этом случае оси будут иметь следующие координаты, скомпонованные в векторы-столбцы:

$$X = (X_x, X_y, X_z)^T,\ Y = (Y_x, Y_y, Y_z)^T,\ Z = (Z_x, Z_y, Z_z)^T,$$
$$X' = (1,0,0)^T,\ Y' = (0,1,0)^T,\ Z' = (0,0,1)^T.$$

Далее представим расчетные соотношения для общего случая, когда координаты осей начального и конечного положений репера заданы независимо в глобальной системе координат.

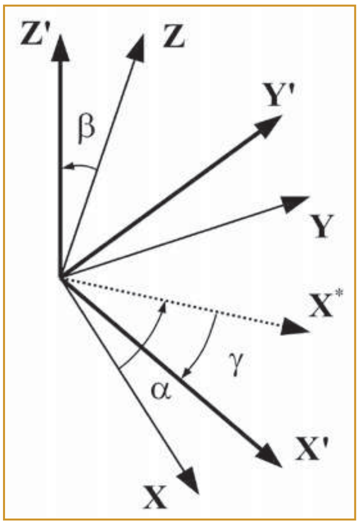

Рис. 1. Углы Эйлера для поворота репера

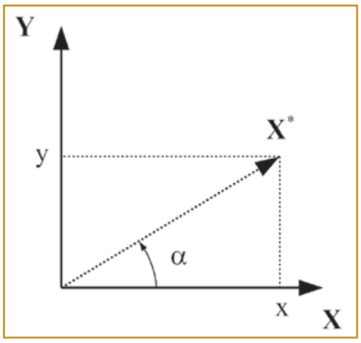

Рис. 2. Расчет угла прецессии α

Расчет улов Эйлера по координатам конечного положения репера

Угол прецессии α определяет поворот репера относительно оси Z, переводящий ось X в плоскость $X'Y'$. Новое положение оси X, изображенное на рис. 1 как X^*, должно удовлетворять двум условиям:

1. Ось X^* перпендикулярна оси Z', так как она лежит в плоскости $X'Y'$.

2. Ось X^* перпендикулярна Z по определению ортонормированного репера.

Данные условия позволяют вычислить направление оси X^*:

$$X^* = Z \times Z' = (Y_y, -Y_x, 0)^T.$$

По найденным координатам оси X^* можно определить угол α. Это угол между осями X и X^*. Рассмотрим плоскость XY, в которой лежит ось X^* (рис. 2).

Для вычисления угла α воспользуемся стандартной функцией *atan*2(y, x). Данная функция входит в состав программных библиотек большинства со-

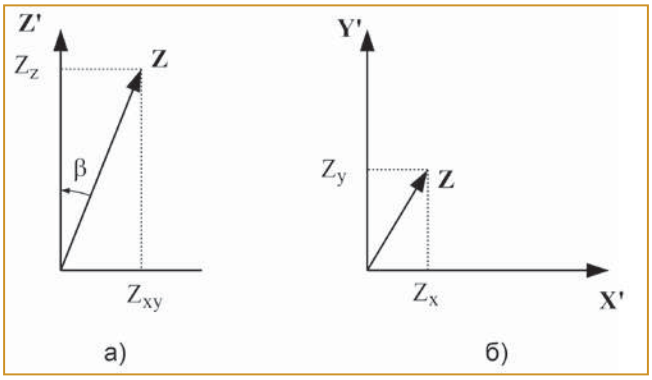

Рис. 3. Расчет угла нутации β

временных компиляторов для языков C/C++ и др. Она возвращает значение арктангенса угла, заданного соотношением *y/x*. Для определения угла наклона плоского вектора к оси *X* в функцию *atan*2 следует подать в качестве входных параметров координаты вектора. Особенность функции в том, что она обрабатывает случай, когда $x = 0$. При этом возвращается значение $\pi/2$ или $-\pi/2$ в зависимости от знака y.

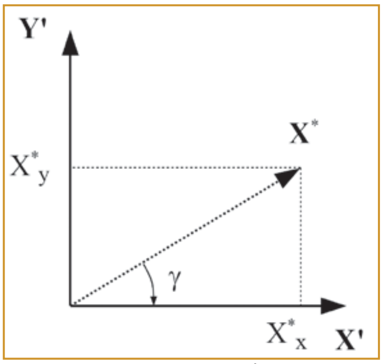

Рис. 4. Расчет угла собственного вращения γ

Вычислим длины проекций вектора X^* на оси *X* и *Y*, используя скалярные произведения:

$$x = X^* \cdot X = X^*_x X_x + X^*_y X_y + X^*_z X_z = Z_y X_x - Z_x X_y,$$
$$y = X^* \cdot Y = X^*_x Y_x + X^*_y Y_y + X^*_z Y_z = Z_y Y_x - Z_x Y_y.$$

Подадим найденные значения длин проекций в функцию *atan*2 в качестве аргументов для расчета α:

$$\alpha = atan2\,(y, x).$$

Следует учесть, что функция *atan*2 возвращает значение угла в диапазоне от $-\pi$ до π. Угол α должен быть задан в пределах от 0 до 2π [5]. Поэтому в случае возврата отрицательного угла следует скорректировать его, добавив 2π.

Для определения угла β, задающего поворот относительно оси X^*, рассмотрим плоскость, содержащую оси *Z* и *Z*' (рис. 3,а). Данная плоскость перпендикулярна оси X^*, поэтому движение оси *Z* при повороте к оси *Z*' будет происходить в этой плоскости. Искомый угол β является углом между осями *Z* и *Z*'. Для его расчета снова воспользуемся функцией *atan*2. Проекция вектора *Z* на ось *Z*' равна Z_z. Z_{xy} обозначает проекцию вектора *Z* на плоскость *X'Y'* (рис. 3,б) и рассчитывается по формуле:

$$Z_{xy} = (Z_x^2 + Z_y^2)^{1/2}.$$

Используя значения Z_z и Z_{xy} можно вычислить угол β:

$$\beta = atan2\,(Z_{xy}, Z_z).$$

Угол γ задает поворот репера в плоскости *X'Y'*. Это угол между осями X^* и *X'*. Снова воспользовавшись функцией *atan*2, получаем расчетное соотношение:

$$\gamma = -atan2\,(X^*_y, X^*_x) = -atan2\,(-Z_x, Z_y).$$

В завершение рассмотрения алгоритма расчета углов Эйлера. Для поворота репера из начального в конечное состояние следует разобрать один специальный случай, когда оси *Z* и *Z*' коллинеарные. При этом, как следует из представленных выше соотношений, ось X^* вырождается в нулевой вектор. Но в данном случае ось *X* уже находится в плоскости *X'Y'*, и поворот относительно X^* не требуется. Необходимо только обеспечить, чтобы после поворотов ось *Z* совпала по направлению с осью *Z*'. В результате алгоритм упрощается и сводится к следующему:

$\alpha = 0$,
$\beta = 0$, если $Z_z > 0$, и $\beta = \pi$ в противном случае,
$\gamma = -atan2\,(X_y, X_x)$.

Для выявления данного специального случая с коллинеарными осями *Z* и *Z*' можно использовать выражение для проекции вектора *Z* на плоскость *X'Y'*, то есть Z_{xy}. Если оси *Z* и *Z*' коллинеарные, то Z_{xy} будет равно нулю.

Представленный алгоритм расчета углов Эйлера реализован в виде программы на языке C (текст программы может быть выслан автором по запросу). Входными параметрами являются координаты осей репера в начальном положении, заданные в базисе конечного положения репера. Предполагается, что векторы, задающие оси, ортонормированы. Выходными параметрами являются рассчитанные значения углов прецессии, нутации и собственного вращения.

Определение углов Эйлера для реперов произвольного положения

Рассмотрим более общий случай, когда начальное и конечное положения репера заданы независимо в базисе глобальной системы координат:

$$X = (X_x, X_y, X_z)^T,\ Y = (Y_x, Y_y, Y_z)^T,\ Z = (Z_x, Z_y, Z_z)^T,$$
$$X' = (X'_x, X'_y, X'_z)^T, Y' = (Y'_x, Y'_y, Y'_z)^T,\ Z' = (Z'_x, Z'_y, Z'_z)^T.$$

Составим из векторов-столбцов базиса конечного положения матрицу M:

$$M = (X'\ Y'\ Z').$$

Данная матрица может быть использована для преобразования координат точек и векторов из базиса конечного положения репера в глобальную систему координат. Для обратного преобразования векторов и точек из глобальной системы координат в базис репера нужно использовать обратную матрицу M^{-1}. Так как базис ортогональный, то обращение матрицы сводится к ее транспонированию, то есть $M^{-1} = M^T$.

Преобразуем базисные оси репера начального положения с помощью обратной матрицы M^T.

$$X_1 = M^T X,$$
$$Y_1 = M^T Y,$$
$$Z_1 = M^T Z.$$

Полученные в результате преобразования оси X_1, Y_1 и Z_1 являются базисом начального положения репера, заданным относительно базиса конечного положения. Далее задача расчета углов Эйлера решается с использованием рассмотренного ранее алгоритма.

Заключение

Разработан алгоритм расчета углов Эйлера по координатам ортонормированного репера, ассоциированного с рабочим органом робототехнической системы. Представлены основные расчетные соотношения, позволяющие выполнить программную реализацию алгоритма. Показано, как использовать алгоритм расчета для общего случая задания базисов начального и конечного положений репера в глобальной системе координат, что существенно расширяет его сферу применения.

Список литературы

1. Математическая составляющая. Редакторы-составители Н. Н. Андреев, С. П. Коновалов, Н. М. Панюнин — 2-е изд., расш. и доп.— М.: Фонд «Математические этюды», 2019. 367 с.
2. *Khomchenko V.G.* Robot manipulator end-effector orientation setting methods. Journal of physics: conference series // XII international scientific and technical conference "Applied mechanics and systems dynamics" AMSD 2018. Omsk. Institute of Physics Publishing.
3. *Вермель В.Д., Зарубин С.Г., Илюхин Ю.В. и др.* Роботизированный технологический комплекс для прецизионной плазменной резки, плазменного упрочнения поверхности и нанесения защитных покрытий // Технология машиностроения. 2013. № 9. С. 48-53.
4. *Lascalza S., Gallo L. N., Carpenter J. E., Hughes R. E.* A method for measuring Euler rotation angles and helical axis of upper arm motion//Journal of applied biomechanics — Human Kinetics Publishers, Inc., 2002. Vol. 18. № 4. pp. 374-383.
5. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. Изд. 13-е. М.: Наука, 1986. 544 с.

***Николаев Прокопий Михайлович** – д-р техн. наук, начальник отдела ФГУП «ЦАГИ».*
E-mail: geom3d@gmail.com
Контактный телефон +79166563968.

DOI: 10.25728/avtprom.2020.06.04

Решение задач автоматизированного управления перемещением гексапода на базе микроконтроллера STM

Э.Л. Греков, Е.С. Шелихов (ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный университет»)

Представлена универсальная математическая модель, описывающая одновременное поступательное движение в разные стороны и разворот робота-гексапода. Приведены методики определения координат перемещения и формирования задания на отклонение сервоприводов. Алгоритмы управления реализованы на основе микроконтроллера серии STM32F407 с использованием операционной системы реального времени FreeRTOS.

Ключевые слова: микроконтроллер, гексапод, алгоритм управления, кинематика перемещения, математическая модель.

Введение

Создание и разработка современных шагающих роботов является приоритетным направлением автоматизации во всем мире. Они используются на производствах для выполнения погрузочных, транспортных, диагностических и других видов работ. Главным преимуществом таких устройств является способность перемещаться по пересеченной местности с минимальными изменениями положения несущего корпуса относительно поверхности движения.

Проектированием и исследованием шагающих машин занимаются во всем мире: США (Massachusetts Institute of Technology, Boston Dynamics, Agility Robotics), Япония (Advanced Industrial Science and Technology), Китай (China North Industries Corporation, UBTECH), Россия (Андроидная техника, ООО Крейф, ВолгГТУ и ФНПЦ «Титан-Баррикады», Кировский ВНИИ Сигнал) и др. [1-5].

Одним из таких устройств является шестиногий робот – гексапод. Постоянное наличие нескольких точек опоры при движении определяет его главную особенность – устойчивость, которая при условии повышенной проходимости делает их эффективными средствами транспортировки больших грузов. Несмотря на недостатки, такие как масса и скорость передвижения, они применяются в промышленности и их совершенствование в области кинематики и автоматизации актуальны и востребованы [6-7].

В данной работе представлен вариант алгоритмизации известной волновой походки шестиногого робота под названием «трешки», когда ноги распределены на две поочередно перемещающихся группы [8]. Новизна заключается в применении возможностей операционной системы реальной времени FreeRTOS [9] разделять вычислительные ресурсы, реализующие управление механизмом в целом и решение за-