Задача рационального использования сырья в рамках CAM-системы предприятия легкой промышленности

К.Г. Андреева, Д.Н. Малышев (МФТИ), С.А. Никитов(ИРЭ РАН), А.М. Павлов (МФТИ)

Предложена модель, включающая методику рационального использования остатков сырья и метод последовательного раскроя, учитывающая особенности производственного процесса предприятия легкой промышленности. Это позволяет полностью отказаться от ручного расчета плана раскроя для материалов с большим содержанием брака, а также оптимальным образом использовать производственные площади и согласовывать работу раскройного отдела. В приведенном приближенном параметрическом алгоритме решения реализованы методы перебора вариантов упорядочивания разбраковок и распараллеливания вычислений при помощи выстраивания дерева расчета. Опытно-производственная эксплуатация разработанной программы показала значительную экономию сырья и многократное снижение затрат времени на составление плана раскроя.

Введение

Задача эффективного использования сырья в жизненном цикле продукции предприятий различных отраслей особенно актуальна в настоящее время, так как с экологической точки зрения необходимо уменьшать количество отходов производства, а, с другой стороны, оптимальный расход сырья непосредственно сказывается на себестоимости продукции. Задача рационального использования сырья возникает повсеместно на предприятиях крупного и среднего масштаба. В зависимости от рода деятельности предприятия задача упаковки/раскроя материала может быть классифицирована как одномерная, двумерная или трехмерная. Чем выше размерность задачи, тем она сложнее.

Наиболее простой является одномерная задача (1D-CSP – One Dimension Cutting Stock Problem), имеющая, тем не менее, большое практическое значение. Данная задача возникает на предприятиях легкой промышленности, машиностроения и в других отраслях. Формулировка задачи зависит от конкретных особенностей того или иного производства. Особенность 1D-CSP задачи заключается в том, что материал заготовок (контейнеров) в расчетных моделях всегда характеризуется одним единственным параметром-числом, например: длина – в задаче раскроя, емкость – в задаче упаковки и т.д. Формулировка критериев эффективности зависит от специфики технологий, применяемых в конкретном производственном процессе.

Сложность решения 1D-CSP задачи связана с ее целочисленным характером, что переводит ее в разряд комбинаторных задач, процесс решения которых, как правило, представляет собой перебор большого числа комбинаций, удовлетворяющих тем или иным критериям эффективности. В теории сложности алгоритмов доказывается, что процесс упаковки/раскроя даже еще более простого вида, далекого от практического применения, являются NP-трудными задачами [1], что означает отсутствие алгоритмов, дающих точное решение задачи и имеющих объем вычислений, линейно зависящий от размера входных параметров. Этим фактом объясняется сложность применения точных методов, разработанных в области исследования операций: ветвей и границ, секущих плоскостей, динамического программирования и т. д. Именно поэтому, в каждой отдельно взятой области, где встает необходимость решения практических задач данного типа, возникает необходимость разработки эффективных эвристических алгоритмов, которые смогли бы учесть как возможности современной вычислительной техники (скорость процессора, объем оперативной памяти), так и новые разработки в области точных алгоритмов.

Из вышесказанного следует, что особенность 1D-CSP задачи такова, что практически невозможно быстро и оптимально производить вручную подобные расчеты в промышленных масштабах. Разумным решением, особенно для крупных предприятий, где годовой расход сырья составляет от 100000 погонных метров, является выполнение расчетов при помощи автоматизированных вычислительных комплексов.

Для решения данной задачи применительно к отрасли легкой промышленности (задача раскроя) нами была построена информационная модель и разработаны специализированные программные комплексы и алгоритмы, которые затем были внедрены на ряде предприятий [2].

Опытно-производственная эксплуатация системы на предприятиях показала, что для сырья с большим содержанием брака, а также в условиях ограниченных производственных площадей разработанная информационная модель является малоэффективной, что приводит к необходимости возврата к ручному способу поиска решения. Для эффективного решения задачи в автоматическом режиме требуется учет в постановке задачи раскроя [2] специфических производственных методик и ограничений (методика "красных полотен", метод последовательного раскроя и пр.). Для нахождения оптимального решения задачи в рамках реального производственного процесса предприятия требуется модифицировать как постановку задачи, так и алгоритмы ее решения.

В данной работе предложена модель рационального использования сырья, учитывающая упомянутые особенности производственного процесса предприятия легкой промышленности и приведены алгоритмы для нахождения наилучшего решения.

Модель для решения задачи раскроя

В настоящее время имеются эффективные алгоритмы для решения подобных задач, на основе метода генерации столбцов [3] (MCSP), но они пригодны тогда, когда кратность всех элементов L_i больше 1. Также имеются примеры разработок алгоритмов для решения практических задач [2]. Но в отличие от [3] они основаны на эвристическом алгоритме последовательного раскроя отдельно взятых заготовок. Тем не менее, оба метода остаются неприменимыми для широкого спектра практических задач по ряду причин.

Во-первых, на практике редко бывает, что имеется кратность элементов L_i, в силу неидеальности заготовок (произвольная длина рулонов ткани). Сведение заготовок произвольной длины к какому-то эталону (или набору эталонов) простым обрезанием лишней длины, и затем применение алгоритмов расчета, может привести к еще большему расходу материала. Эта особенность делает неприменимыми методы, приведенные в [3]. Во-вторых, каждая заготовка (рулон) имеет так называемую **разбраковку**. Ввод этого понятия обусловлен наличием на заготовке участков брака разной степени пригодности (допустимости) для кроя. В случае использования материала с большим количеством (большой плотностью) брака, нахождение оптимального плана в постановке задачи [2] малоэффективно — например, для достаточно длинной заготовки может просто не найтись "чистого" участка необходимой длины и план для нее не будет выполнен. На практике для оптимального использования материала с большим количеством (большой плотностью) брака применяется технологическая методика, называемая методика "красных полотен". В данной работе приводится постановка задачи, учитывающая эту методику.

Итак, материал, раскрой которого необходимо произвести, представляет собой набор рулонов ткани (заготовок) длин L_i, $i = \overline{1..m}$. Весь материал необходимо раскроить на ряд полотен (деталей) с длинами $l_j, j = \overline{1..n}$. Данные полотна (детали) требуется раскроить в определенном количестве (плане выпуска) $N_j, j = \overline{1..n}$.

Пусть план раскроя (карта раскроя) задается матрицей $\|n\|$ размера $m{\times}n$, где n_{ij} — элемент матрицы, обозначает число деталей с индексом j, выкраиваемых из заготовки с индексом i. Тогда ограничения, используемые в [2], имеют вид:

$$\|n\| \cdot \vec{l} \le \vec{L} + \vec{\delta}, \tag{1}$$

$$\sum_i n_{ij} \le N_j, j = \overline{1..n}, \tag{2}$$

$$card\,(n_{ij} : n_{ij} > 0) \le Z, j = \overline{1..n}, \tag{3}$$

где:- условие (1) содержит требование того, чтобы сумма деталей, выкраиваемых из заготовки, не превосходила ее длины, но в отличие от [2] появляется дополнительный вектор d с положительными компонентами, который задает возможные незначительные отступления от ограничений;

- условие (2) задает соответствие числа раскроенных деталей плану выпуска;
- условие (3) является выражением опционального технологического требования и означает, что число ненулевых элементов в любой строке матрицы $\|n\|$ не превышает Z, иными словами из одной заготовки может раскраиваться не более Z различных типов деталей.

Для такой модели входных данных в результате расчета получается набор допустимых планов раскроя, представляемых матрицей $\|n\|$.

Критерий оптимальности

Для того чтобы выбрать оптимальный вариант плана раскроя (матрицу $\|n\|^*$), необходимо сформулировать критерий оптимальности. Каждый допустимый план раскроя $\|n\|$ оценивается исходя из информации по набору концевых остатков от заготовок и недовыполненных планов.

Набор концевых остатков — это вектор невязки, получаемый в результате расчета и заполнения матрицы $\|n\|$, выражающийся как:

$$\vec{R} = \vec{L} - \|n\| \cdot \vec{l}\,. \tag{4}$$

Для концевых остатков вводится критерий их дальнейшей применимости для расчета. Вводится некоторое число R_0, при помощи которого определяется критерий допустимости концевого остатка:

$$\begin{aligned} &R_i \le R_0 \text{ — допустимый остаток} \\ &R_i > R_0 \text{ — недопустимый остаток} \end{aligned} \tag{5}$$

Недопустимые остатки, соответственно, используются в дальнейших расчетах, а допустимые являются отходными.

Таким образом, в соответствии с вышеизложенными понятиями оптимальные карты раскроя отбираются в две стадии:

$$\sum_j \left(N_j - \sum_i n_{ij} \right) \to min,\ j = \overline{1..n}, \tag{6а}$$

то есть сначала отбираются расчеты с максимальным количеством уложенных полотен, а затем:

$$\sum_{i, R_i \ge R_0} R_i \to max \tag{6б}$$

выбирается результат с максимальной суммой недопустимых концевых остатков (минимальным отходом). В теоретических разработках данный критерий может иметь несколько другой вид, но, по сути, выражает то же самое требование.

Учет разбраковки

Обозначим разбраковку конкретной заготовки, как:

$$\vec{L} = \{L_{11}, \ldots L_{1k_1}, \ldots, L_{m_1}, \ldots, L_{mk_m}\}. \tag{7}$$

На практике разбраковка заготовки задается таблицей 1.

Ввиду ввода понятия разбраковки возникает дополнительно ряд технологических ограничений и параметров. Теперь матрица плана раскроя будет иметь следующий блочный вид:

$$\|n\| = \begin{Vmatrix} n_1 \\ \ldots \\ n_m \end{Vmatrix},$$

где каждая матрица $\|n_i\|$ — представляет собой план раскроя для разбраковки заготовки с индексом i. Понятно, что ввиду неодинаковости разбраковок разных заготовок размерности матриц различные (разное число строк).

Метод "последовательного раскроя"

Технологическое ограничение. Каждая строка матрица $\|n_i\|$ может заполняться только с номера последнего ненулевого элемента в предыдущей строке.

Данное ограничение не является строгим, и на практике возникают случаи, когда его разрешается нарушать. Этим обуславливается введение в модель дополнительного булевского параметра, задающего способ раскроя. Обозначим его ν_j. Если параметр равен "1", то при расчете плана раскроя данной детали j разрешается нарушать ограничение, если "0" – не разрешается.

Методика "красных полотен"

На практике часто возникают ситуации, когда в результате целочисленного расчета имеется разбраковка, для которой величины нескольких концевых остатков являются недопустимыми, а сумма их длин равна длине одной из деталей. Если оставить концевые остатки неиспользованными, то они будут храниться на складе, дожидаясь использования в расчете еще меньших деталей (если таковые найдутся), а это может привести к фактическому росту расхода ткани.

Такие ситуации разрешают путем технологической методики "красных полотен", применяемой для более эффективного использования материала с большой плотностью участков брака. Это достигается за счет ввода фиктивных деталей. Фиктивная деталь l_r по функциям соответствует реальной детали l_c. Отличие заключается в том, что фиктивная деталь может состоять из отдельных кусков заготовок, то есть включать разрезы. Наличие разрезов компенсируется прибавкой в длине $(p{\cdot}l_c)$. Таким образом, если сумма концевых остатков $R_a + R_b > (1+p){\cdot}l_c$ то мы можем раскроить фиктивную деталь l_r. Параметр p определяется исходя из особенностей изготавливаемых на предприятии изделий, но, как правило, примерно равен 0,1...0,15.

В силу технологических особенностей не для всех деталей возможна их замена на фиктивные детали. Имеется также ограничение на длины кусков, из которых собирается новая деталь, а также на их число. Введение фиктивной детали приводит к появлению нового столбца в матрице плана раскроя. Значения элементов матрицы полученного "фиктивного" столбца нецелочисленные. Так, например, в тех строках, где были получены концевые остатки R_a и R_b, в планах для новой фиктивной детали, заносятся величины R_a и R_b соответственно.

Модель задачи раскроя

Формулировка задачи раскроя может быть представлена в табличном виде (табл. 2). Первая строка содержит планы выпуска деталей, вторая – длины деталей, первый столбец – номер заготовки, второй – разбраковку. Требуется заполнить пустые ячейки таблицы элементами матрицы $\|n\|$ – плана раскроя.

В данной таблице элемент L_{s+1} представляет пример фиктивной детали ("красного полотна"), которое образовано от детали L_s. Значения в ячейках данного столбца принадлежат к классу рациональных чисел и означают длину части "красного полотна", выкраиваемой из соответствующей части рулона, в то время, как для реальных деталей значения в столбцах матрицы целочисленные, и означают число деталей.

Таким образом, видно, что введение "красных полотен" переводит задачу в разряд частично целочисленных.

Алгоритмы решения

Как и в работе [2] основой расчета является последовательное заполнение строк матрицы. Кроме этого алгоритм был улучшен:

1) введением разбраковки и связанных с ней технологических ограничений;

2) введением фиктивных деталей ("красные полотна");

3) устранением необходимости предварительного упорядочивания разбраковок.

В [2] порядок следования заготовок (рулонов ткани) для расчета определялся пользователем, задающим входные данные программе. В настоящем алгоритме этот недостаток был устранен путем введения процедуры случайного выбора порядка раскроя заготовок. Это также было сделано и для того, чтобы избежать последовательного полного перебора упорядочивания заготовок (так, для 10 заготовок число комбинаций составляет ~10^6). Тем не менее, предполагается, что данная методика позволяет увеличить вероятность нахождения оптимального плана кроя по сравнению с ручным способом, поскольку в общем случае вероятность того, что человек сразу определит порядок следования заготовок, приводящий в результате расчета к оптимальной карте кроя, крайне мала.

Далее сценарий расчета подобен ранее предложенному алгоритму [2] – производится последовательный расчет всех разбраковок в соответствии со сформированным порядком.

Заполнение каждой строки производится методом перебора. Для уменьшения объема перебора, был использован лексикографический перебор, позволяющий не рассматривать заведомо ложные комбинации, не удовлетворяющие условию (1). Поясним это на примере. Пусть имеются детали 11, 12, 13, 14 и элемент какой-то разбраковки L_{ij} (табл. 3). Поиск комбинаций планов n_1, n_2, n_3, n_4 для этих деталей осуществляется по принципу "счетчика", изображенного в таблице.

При расчете каждой отдельной разбраковки (заготовки) выстраивается

Таблица 1

Номер участка	1	2	3	4
Длина, м	1,5	0,02	2,5	0,05
Код брака	годен	негоден	годен	негоден

Таблица 2

	План	N_1	N_2	----	N_s	N_{s+1}	---	N_n
		L_1	L_2	----	L_s	$L_{s+1}= L_s(1+p)$		L_n
$i=1$	L_{11}							
	L_{12}						---	

$i=m$	L_{m1}							
	L_{m2}						---	

дерево решений – все возможные ветви решения. Из них далее выбирается наилучший результат. В данной реализации алгоритма не производится выстраивания глобального дерева решений по всем заготовкам, так как это приводит к значительным затратам оперативной памяти. Для того, чтобы использовать построение глобального дерева, необходимо сформулировать критерии усечения дерева.

Далее рассмотрим на примере, как влияют те или иные ограничения на результаты расчета. В первом столбце табл. 4 приведены длины качественных частей одной заготовки, в первой строке – длины деталей для раскроя.

В первом варианте расчета (4.1) присутствует технологическое ограничение метода "Последовательного раскроя", во втором варианте (4.2) (детали с длиной 5,25м) разрешено нарушать это ограничение. Видно, что в сравнение с (4.1), в (4.2) больше возможностей для оптимизации, поскольку допустимо большее число комбинаций. Тем не менее, в силу технологических особенностей организации производства, первый вариант расчета более востребован на практике.

Таблица 3

n_1	n_2	n_3	n_4
1	0		
2			
…			
N_1	1	0	
…			

Таблица 4

Длина, м	5,25	4,55	3,55	Остаток, м
4.1. Последовательный расчет:				
5,2	0	1	0	0,65
2,5		0		2,5
33		7		1,15
4.2. Расчет с допуском нарушений:				
5,2	0	1	0	0,65
2,5		0		2,5
33	1	6		0,45
4.3. Допуск отрицательных остатков:				
5,2	1	0	0	-0,05
2,5	0			2,5
33	1	6		0,45

Таблица 5. Методика "Красных полотен"

Длина, м	5,25	4,55	3,55	3,90*	Остаток, м
5,2	0	1	0	0,65	0
2,5		0		2,5	
33		7		0,75	0,4

Метод (4.3), как правило, применяется при расчете таких разбраковок, в которых первый элемент разбраковки заготовки по длине кратен длине наиболее длинной из деталей. Здесь отмечается кратность с длинными деталями, поскольку их укладывание имеет больший приоритет по сравнению с короткими. В дальнейшем проблему приоритетности полотен большей длины предполагается решить введением стоимости каждому типу полотен, и соответственно введением требования максимизации стоимости расчета отдельно взятой строки или разбраковки в целом.

В табл. 5 представлен расчет с введением "красных полотен". Этот расчет отличается от расчета (4.1) тем, что введено фиктивное полотно с длиной 3,55×(1+0,1). Видно, что в этом случае достигается значительное снижение концевых остатков, по сравнению со всеми другими вариантами.

Заключение

В данной работе рассмотрена модифицированная постановка задачи одномерного раскроя материала, учитывающая специфические особенности производственного процесса предприятия легкой промышленности. Данная постановка является следующим этапом приближения математической модели и методов расчета, предложенных в [2], для решения практических задач. Разработанная математическая модель включает методику "красных полотен" и метод последовательного раскроя. Следует подчеркнуть, что ввод в модель "красных полотен" позволит полностью отказаться от ручного расчета плана раскроя на производстве даже для материалов с большим содержанием брака, и тем самым снизить затраты времени и существенно повысить эффективность использования сырья. А учет метода последовательного раскроя позволяет оптимальным образом использовать производственные площади и согласовывать работу раскройного отдела. Конечно, не следует забывать, что приведенная методика "красных полотен" является узкоспециализированной и возможна только ввиду того, что сами детали (полотна) и заготовки (рулоны ткани) являются 2D объектами.

Был проведен анализ существующих алгоритмов решения подобных задач и показана их неприменимость для решения задачи в данной постановке. В предложенном алгоритме были реализованы улучшения: перебор вариантов упорядочивания разбраковок и распараллеливание вычислений при помощи выстраивания дерева расчета.

Недостатком настоящего алгоритма является то, что упорядочивание разбраковок производится путем случайной выборки. В дальнейшем предполагается устранить этот недостаток, произведя замену его на более эффективные процедуры поиска порядка. Кроме этого, необходимо разработать более эффективные методы отсечения ложных ветвей вычислений для того, чтобы применять данную методику в большем объеме (например, для выстраивания глобального дерева вычислений).

Список литературы

1. *Гэри М., Джонсон Д.* Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
2. *Андреева К.Г., Никитов С.А.* Оптимизация использования сырья в задаче линейного раскроя // Информационные технологии. № 11. 2003.
3. *Белов Б.Н., Мухачева А.С., Санников Д.С.* Проектирование одномерных раскроев с использованием непрерывной релаксации и метода секущих плоскостей. УГАТУ.

Андреева Карина Геннадьевна, Малышев Дмитрий Николаевич,
Павлов Андрей Михайлович *– аспиранты Московского физико-технологического института,*
Никитов Сергей Аполлонович *– д-р техн. наук, проф., член-корреспондент РАН,*
зав. кафедрой "Прикладные информационные технологии" МФТИ,
зам. директора Института радиотехники и электроники РАН.

Контактные телефоны: (095) 409-93-52, 203-97-88. E-mail: karina@assol.mipt.ru, nikitov@cplire.ru