

Анализ возможностей воспроизведения позиционных и поисковых траекторий совмещения соединяемых деталей рабочим органом робота с замкнутой кинематической цепью

С.В. Кузнецова (КГТА)

Исследованы законы управления положением исполнительного органа робота с замкнутой кинематической цепью, позволяющие реализовать позиционные и поисковые траектории совмещения соединяемых деталей. Определена конфигурация рабочего пространства робота. Сформулированы ограничения на геометрические параметры манипулятора робота при проектировании автоматизированного сборочного устройства.

Ключевые слова: законы управления положением рабочего органа, рабочее пространство, робот с параллельными кинематическими связями, условия ограничения длины звеньев параллельного робота.

Возможности применения роботов с замкнутой кинематической цепью, именуемых в зарубежной литературе параллельными роботами, в роботизированной сборке в настоящее время практически не раскрыты. Наиболее известным представителем семейства параллельных роботов является дельта-робот (рис. 1). По сравнению с "классическими" промышленными роботами с разомкнутой кинематической цепью параллельные роботы обладают большим быстродействием и высокой точностью позиционирования в динамических режимах, что обусловлено малой инерционностью и высокой жесткостью конструкции [1]. Достоинства параллельных роботов определяют целесообразность их использования при автоматизированной сборке.

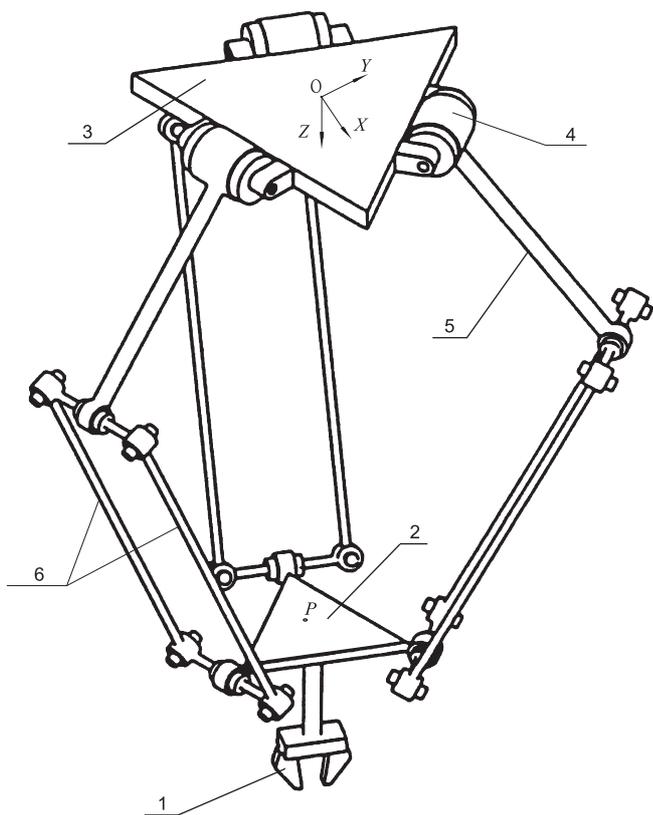


Рис. 1. Манипулятор с тремя параллельными кинематическими связями, где 1 – рабочий орган; 2 – подвижная платформа; 3 – неподвижное основание; 4 – электрический привод; 5 – управляющее звено; 6 – связывающие звенья

При проектировании многофункциональных роботизированных сборочных систем важным показателем является возможность воспроизведения широкого класса траекторий. Траектории рабочего органа, реализуемые при использовании различных методов сборки на различных этапах процесса сборки можно подразделить на следующие группы:

- по степени кривизны: прямолинейные, криволинейные;
- по числу измерений: двумерные (плоские), трехмерные (пространственные);

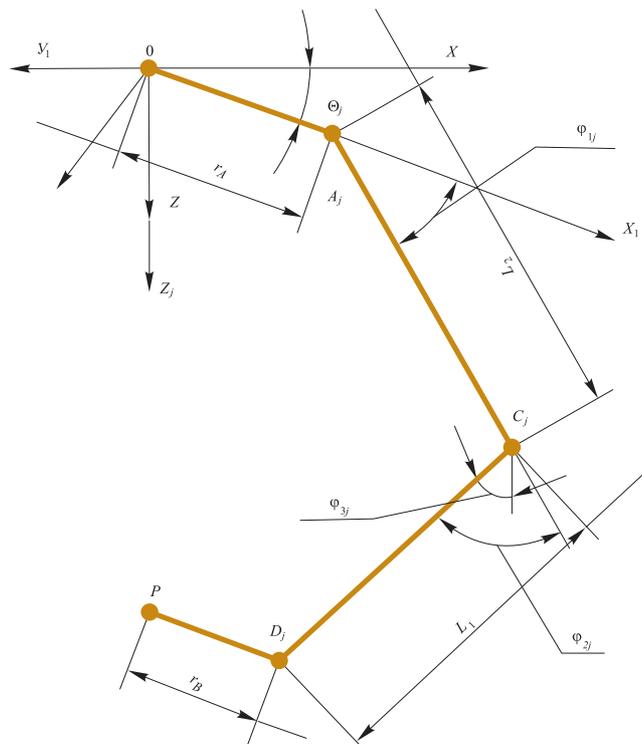


Рис. 2. Схема расчета одной кинематической цепи устройства с параллельной кинематикой, где $0X_1Y_1Z_1$ – неподвижная система координат, связанная с звеном $0A_j$; Θ_j – угол, определяющий положение звена $0A_j$ ($j = 1, 2, 3$) в системе координат $0XYZ$; r_A – длина звена $0A_j$; φ_{1j} – угол, определяющий положение звена A_jC_j в системе координат $0X_1Y_1Z_1$; L_2 – длина звена A_jC_j ; φ_{2j} – угол, определяющий поворот звена C_jD_j относительно звена A_jC_j в плоскости $0X_1Z_1$; φ_{3j} – угол, определяющий поворот звена C_jD_j относительно звена A_jC_j в плоскости $0Y_1Z_1$; L_1 – длина звена C_jD_j ; r_B – длина звена PD_j

$$\begin{cases} X_p = X_A + \cos \Theta_j [L_2 \cos \varphi_{1j} + L_1 \cos \varphi_{3j} \cos(\varphi_{1j} + \varphi_{2j}) - r_A] - L_1 \sin \Theta_j \sin \varphi_{3j}, \\ Y_p = Y_A + \sin \Theta_j [L_2 \cos \varphi_{1j} + L_1 \cos \varphi_{3j} \cos(\varphi_{1j} + \varphi_{2j}) - r_A] - L_1 \cos \Theta_j \sin \varphi_{3j}, \\ Z_p = L_2 \cos \varphi_{1j} + L_1 \cos \varphi_{3j} \sin(\varphi_{1j} + \varphi_{2j}), \end{cases} \quad (1)$$

где $j = 1, 2, 3$.

$$\begin{cases} \varphi_{11} = \arccos \left[\frac{\sqrt{L_1^2 - Y_p^2 - (L_2 + Z_p)^2} - r + X_p}{L_2} \right], \\ \varphi_{12} = \arccos \left[\frac{\sqrt{4 \left[L_1^2 - \left(\frac{1}{2} L_2 - Z_p \right)^2 \right] + [\sqrt{3} X_p + Y_p]^2} - 2r - X_p + \sqrt{3} Y_p}{2L_2} \right], \\ \varphi_{13} = \arccos \left[\frac{\sqrt{4 \left[L_1^2 - \left(\frac{1}{2} L_2 - Z_p \right)^2 \right] + [\sqrt{3} X_p + Y_p]^2} - 2r - X_p - \sqrt{3} Y_p}{2L_2} \right]. \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} X_p = (r + L_2 \cos \varphi_{11}) \cdot \cos \Theta_1 \pm \sqrt{L_1^2 - [(r + L_2 \cos \varphi_{11}) \sin \Theta_1 - Y_p]^2 - [-L_2 \cos \Theta_1 - Z_p]^2}, \\ Y_p = (r + L_2 \cos \varphi_{12}) \cdot \sin \Theta_2 \pm \sqrt{L_1^2 - [(r + L_2 \cos \varphi_{12}) \cos \Theta_2 - X_p]^2 - [-L_2 \cos \Theta_2 - Z_p]^2}, \\ Z_p = -L_2 \cos \Theta_3 \pm \sqrt{L_1^2 - [(r + L_2 \cos \varphi_{13}) \cos \Theta_3 - X_p]^2 - [(r + L_2 \cos \varphi_{13}) \sin \Theta_3 - Y_p]^2}. \end{cases} \quad (4)$$

- по характеру изменения координат: монотонные, периодические (гармоники, спирали);
- по цели воспроизведения: кривые позиционирования (от точки к точке), кривые поиска (сканирующие поверхность).

В статье представлены результаты исследования возможностей воспроизведения рабочим органом ро-

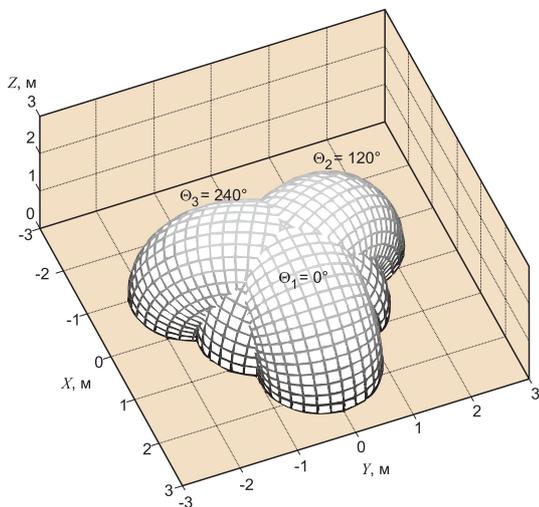


Рис. 3. Габаритное пространство робота с тремя параллельными кинематическими связями, представляющие графическое решение уравнения $h_j(X_p, Y_p, Z_p) = 0$

бота с тремя параллельными кинематическими цепями траекторий совмещения соединяемых деталей при реализации законов управления угловым положением управляющих звеньев кинематических цепей с учетом особенностей рабочего пространства робота.

Перемещение рабочего органа параллельного робота осуществляется за счет сообщения одновременно всем трем управляющим звеньям угловых перемещений приводами по каждой из кинематических цепей. Закон движения центра исполнительного органа (точки P с координатами $(X_p; Y_p; Z_p)$) может быть получен в результате кинематического анализа манипулятора с замкнутой кинематической цепью (рис. 2) [3].

В соответствии с [2] зависимость координат центра исполнительного органа в системе координат $0XYZ$ от углов отклонения управляющих звеньев $\varphi_{1j}, \varphi_{2j}, \varphi_{3j}$ при заданных параметрах $L_1, L_2, r_A, r_B, \Theta_1 = 0^\circ, \Theta_2 = 120^\circ, \Theta_3 = 240^\circ$ представляет собой си-

стему уравнений (1).

Исключив в (1) переменные, описывающие пассивные узлы, получим выражение следующего вида:

$$\begin{aligned} & [(r + L_2 \cos \varphi_{1j}) \cdot \cos \Theta_j - X_p]^2 + \\ & + [(r + L_2 \cos \varphi_{1j}) \cdot \sin \Theta_j - Y_p]^2 + \\ & + [-L_2 \cos \Theta_j - Z_p]^2 - L_1^2 = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

где $r = r_A - r_B; j = 1, 2, 3$.

Задача определения неизвестных углов отклонения управляющих звеньев φ_{1j} устройства с замкнутой кинематической цепью для заданных координат точки центра исполнительного органа $P(X_p, Y_p, Z_p)$ сводится к решению уравнений (2). Решениями уравнений (2) являются (3).

Выражения (3) представляют собой закон управления рабочим органом при перемещении его центра $P(X_p, Y_p, Z_p)$ по заданной траектории [3].

Точность воспроизведения закона управления (3) приводом соответствующей кинематической цепи существенно влияет на точность позиционирования рабочего органа робота. Выполним преобразование выражения (2) для получения зависимостей, связывающих точность координат рабочего органа и точность угловых перемещений приводов (4).

Погрешности положения рабочего органа по соответствующей координате $-\Delta x, \Delta y, \Delta z$, являющиеся

следствием отклонения углов поворота двигателей от заданного значения на величину $\Delta\varphi_{11}$, $\Delta\varphi_{12}$, $\Delta\varphi_{13}$ для соответствующей кинематической цепи, могут быть вычислены следующим образом (5).

В зависимостях (5) не учитывается влияние погрешностей параметров r , L_2 , Θ_j .

Границы, в пределах которых может быть реализована траектория рабочего органа, определяются конфигурацией рабочего пространства робота. Для получения зависимостей, дающих представление о рабочем пространстве, рассмотрим обратную геометрическую модель устройства, описываемую выражением (2), которое в соответствии с [2] может быть представлено в следующем виде (6).

Представим (6) в виде уравнения (7).

Уравнение (7) имеет решение, если выполняется следующее условие:

$$n_j^2 - (l_j^2 + m_j^2) \leq 0 \quad (8)$$

Неравенство (8) может быть записано как (9).

Выражение (9) представляет собой уравнения трех торов. Напомним, что уравнение тора в декартовой системе координат имеет вид (для случая, когда тор симметрично расположен относительно оси u):

$$\begin{aligned} \Delta x = \frac{\partial X_p}{\partial \varphi_{11}} \Delta \varphi_{11} &= \left[-L_2 \cos \Theta_1 \sin \varphi_{11} \pm \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2rL_2 \sin \Theta_1 \sin \varphi_{11} + 2L_2^2 \sin^2 \Theta_1 \sin \varphi_{11} - 2Y_p L_2 \sin \Theta_1 \sin \varphi_{11}}} \right] \cdot \Delta \varphi_{11}, \\ \Delta y = \frac{\partial Y_p}{\partial \varphi_{12}} \Delta \varphi_{12} &= \left[L_2 \cos \Theta_2 \cos \varphi_{12} \pm \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2rL_2 \cos \Theta_2 \sin \varphi_{12} + 2L_2^2 \cos^2 \Theta_2 \sin \varphi_{12} - 2X_p L_2 \cos \Theta_2 \sin \varphi_{12}}} \right] \cdot \Delta \varphi_{12}, \\ \Delta z = \frac{\partial Z_p}{\partial \varphi_{13}} \Delta \varphi_{13} &= \left[\frac{1}{\pm 2 \cdot \sqrt{2rL_2 \cos \Theta_3 \sin \varphi_{13} + 2L_2^2 \cos^2 \Theta_3 \sin \varphi_{13} - 2X_p L_2 \cos \Theta_3 \sin \varphi_{13} + 2rL_2 \sin \Theta_3 \sin \varphi_{13} + 2L_2^2 \sin^2 \Theta_3 \sin \varphi_{13} - 2Y_p L_2 \sin \Theta_3 \sin \varphi_{13}}} \right] \cdot \Delta \varphi_{13}. \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} [2rL_2 - 2L_2 X_p \cos \Theta_j - 2L_2 Y_p \sin \Theta_j] \cdot \cos \varphi_{1j} - 2rX_p \cos \Theta_j + \\ + 2L_2 Z_p \sin \varphi_{1j} - 2rY_p \sin \Theta_j + X_p^2 + Y_p^2 + Z_p^2 + r^2 + L_2^2 - L_1^2 = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где $j = 1, 2, 3$.

$$l_j \cdot \cos \varphi_{1j} + m_j \cdot \sin \varphi_{1j} - n_j = 0, \quad (7)$$

$$\begin{cases} l_j = 2 \cdot r \cdot L_2 - 2 \cdot L_2 \cdot X_p \cdot \cos \Theta_j - 2 \cdot L_2 \cdot Y_p \cdot \sin \Theta_j, \\ m_j = 2 \cdot L_2 \cdot Z_p, \\ n_j = -2 \cdot r \cdot X_p \cdot \cos \Theta_j - 2 \cdot r \cdot Y_p \cdot \sin \Theta_j + X_p^2 + r^2 + L_2^2 + Z_p^2 + Y_p^2 - L_1^2, \end{cases}$$

где $j = 1, 2, 3$.

$$h_i(X_p, Y_p, Z_p) = \left[(X_p \cos \Theta_j + Y_p \sin \Theta_j - r)^2 + (X_p \sin \Theta_j + Y_p \cos \Theta_j)^2 + Z_p^2 + L_2^2 - L_1^2 \right] - 2rX_p \cos \Theta_j - 4L_2^2 \left[(X_p \cos \Theta_j + Y_p \sin \Theta_j - r)^2 + Z_p^2 \right] \leq 0, \quad (9)$$

где $j = 1, 2, 3$.

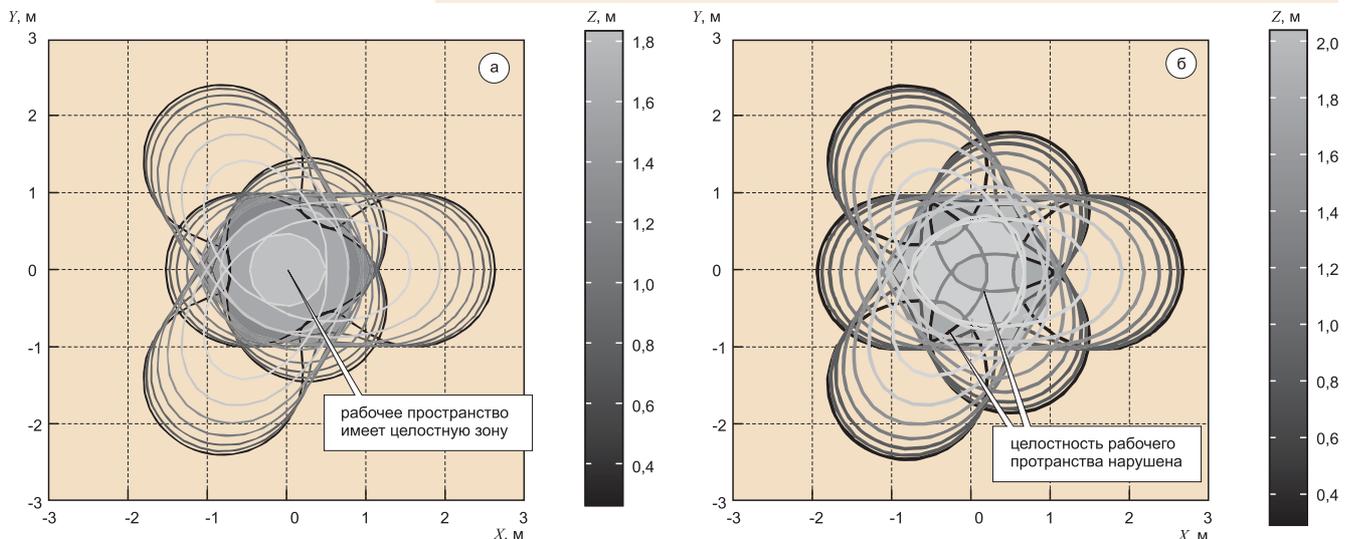


Рис. 4. Рабочее пространство робота с тремя параллельными кинематическими связями: целостность зоны сохраняется на всех представленных уровнях z (а); целостность зоны нарушена на нижних уровнях z (б)

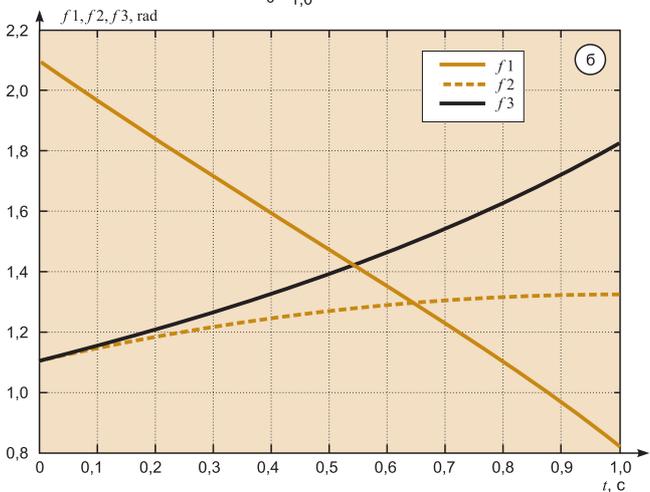
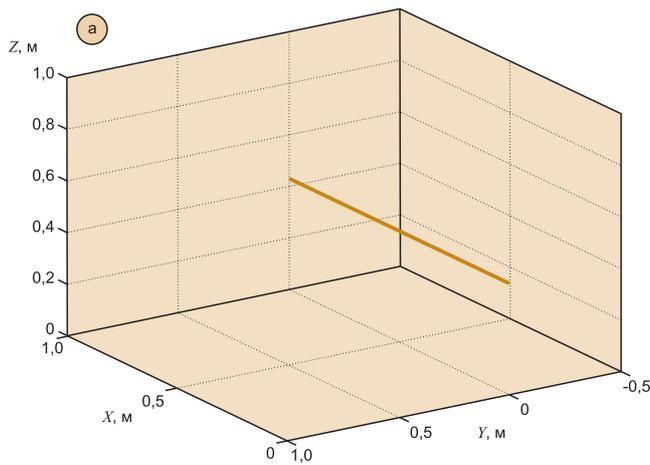


Рис. 5. Прямолинейная траектория движения рабочего органа (а); законы изменения углов отклонения управляющих звеньев φ_{11} , φ_{12} , φ_{13} во времени (б)

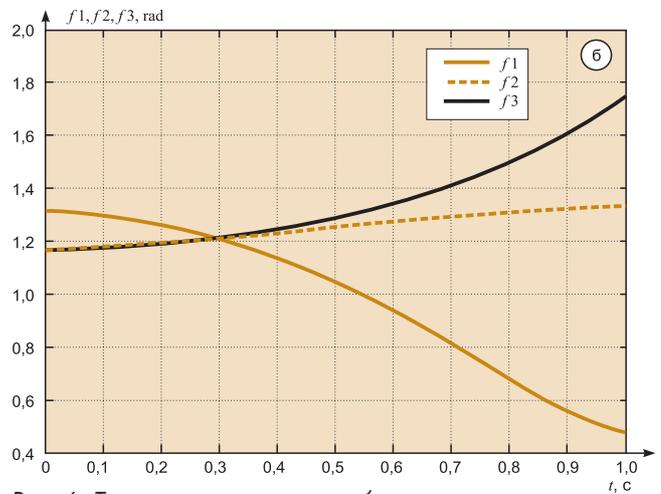
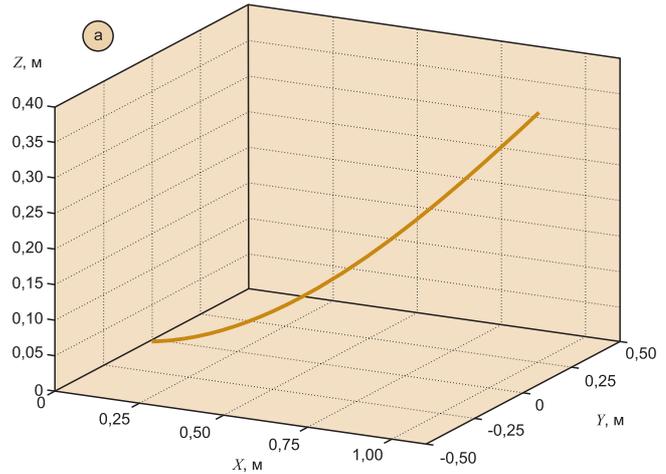


Рис. 6. Траектория движения рабочего органа по циклоиде (а); законы изменения углов отклонения управляющих звеньев φ_{11} , φ_{12} , φ_{13} во времени (б)

$$[(x - r)^2 + y^2 + z^2 + a^2 - b^2] \leq 4a^2(x^2 + z^2),$$

где $a = L_1$, $b = L_2$.

Каждый тор уравнения (9) представляет собой габаритное пространство соответствующей кинематической цепи при возможных комбинациях углов, определяющих положение звеньев φ_{1j} , φ_{2j} , φ_{3j} . На рис. 3 представлена трехмерная модель габаритного пространства робота с тремя кинематическими цепями при заданных параметрах L_1 , L_2 , r_A , r_B , построенная в среде MATLAB. Каждый тор имеет центр в точке с координатами $(r \cos\Theta_j; r \sin\Theta_j; 0)$, большой и малый радиусы, равные соответственно L_1 и L_2 , и сдвинут в пространстве относительно системы координат на угол Θ_j . Область, где происходит пересечение всех трех торов, соответствует рабочему пространству робота с тремя кинематическими связями. Рис. 4 демонстрирует рабочее пространство робота, полученное как результат пересечения областей, представляющих собой сечения габаритного пространства, параллельными плоскостями XY. Для наглядности сечение каждого уровня рабочего пространства выполнено определенным цветом. На рис. 5 представлено рабочее пространство, имеющее нарушения целостности

ти зоны на нижнем уровне z. Результаты, полученные при различных соотношениях геометрических параметров устройства L_1 , L_2 , r_A , r_B , позволяют сделать следующие заключения:

- для робота с замкнутой кинематической цепью характерна малая доля величины рабочего пространства по отношению к габаритным размерам устройства;
- широкий разброс конфигураций рабочего пространства, зависящих от соотношения параметров устройства L_1 , L_2 , r_A , r_B ;
- разнообразие форм сечений рабочего пространства, представляющее сложность при расчете границ;
- наличие в рабочем пространстве особых областей, малоприспособных для использования в связи с нарушением целостности зоны.

На основании результатов определения границ рабочего пространства выбирается область, подходящая для реализации широкого класса траекторий.

В статье представлены результаты расчета законов изменения углов отклонения управляющих звеньев устройства с тремя параллельными кинематическими цепями во времени $\varphi_{11}(t)$, $\varphi_{12}(t)$, $\varphi_{13}(t)$ при воспроизведении следующих траекторий перемещения центра исполнительного органа $P(X_P, Y_P, Z_P)$:

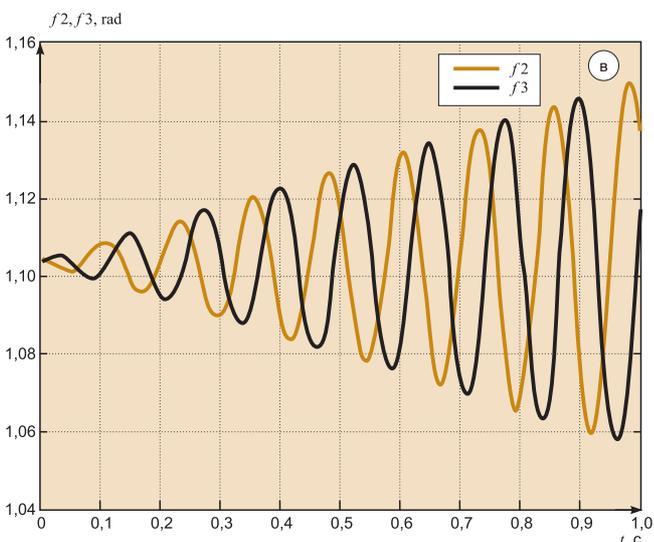
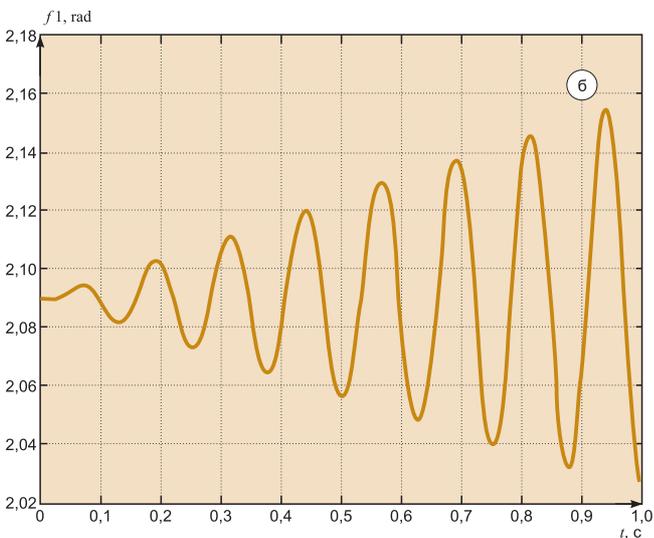
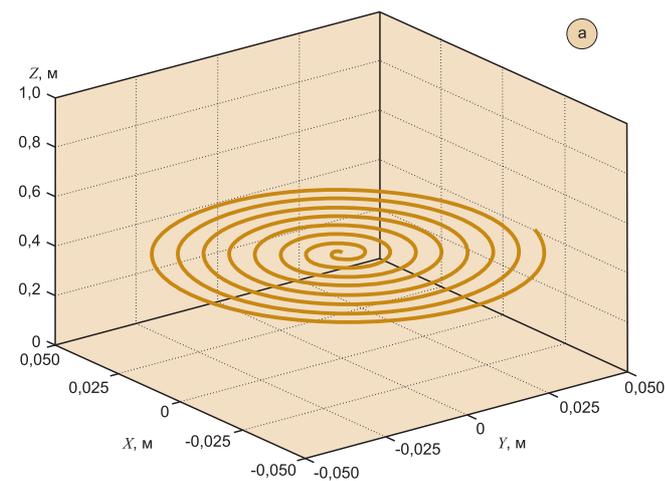


Рис. 7. Траектория движения рабочего органа по спирали Архимеда (а); законы изменения углов отклонения управляющих звеньев φ_{11} , φ_{12} , φ_{13} во времени (б, в)

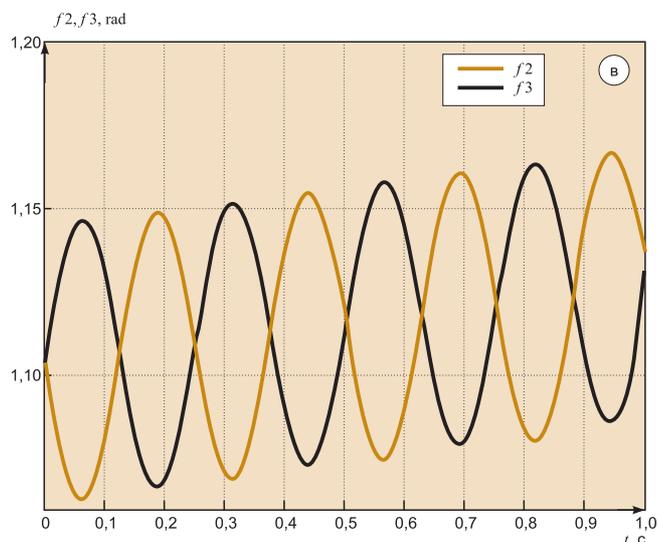
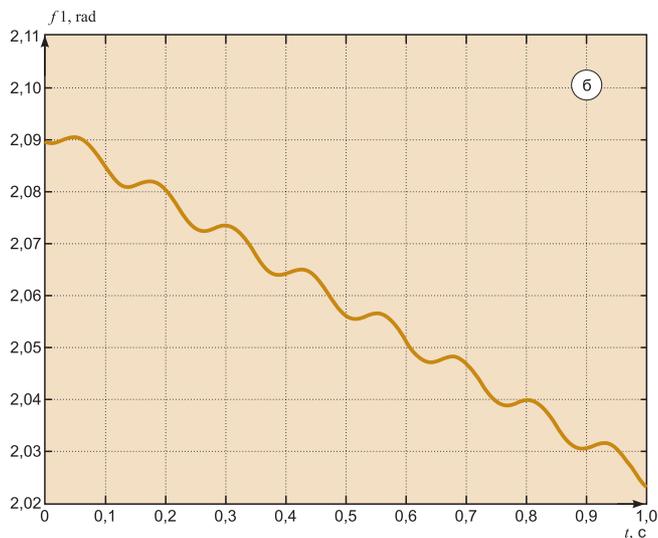
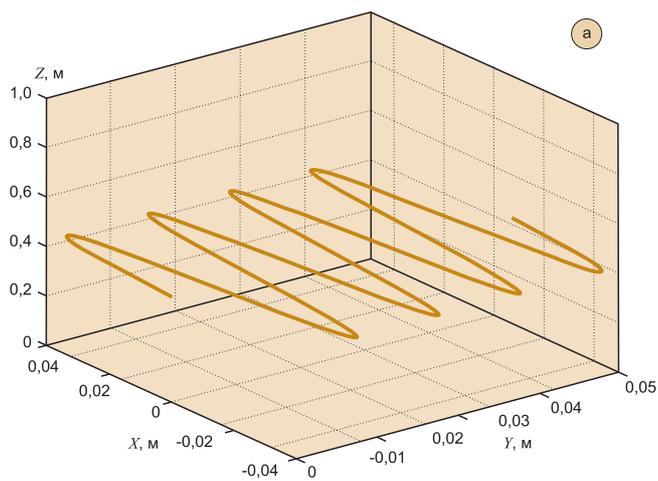


Рис. 8. Траектория движения рабочего органа по гармоническому закону (а); законы изменения углов отклонения управляющих звеньев φ_{11} , φ_{12} , φ_{13} во времени (б, в)

• позиционные траектории – прямолинейная траектория (рис. 5), кривая наискорейшего спуска (участок циклоиды) (рис. 6);

• поисковые (сканирующие) траектории – траектория в форме спирали Архимеда (рис. 7), траектория

движения по гармоническому закону (рис. 8), траектория в форме конусообразной винтовой линии (рис. 9).

Графики построены на основании зависимостей (3) с помощью пакета MATLAB. Геометрические параметры устройства заданы в соответствии с выбором наилучшей

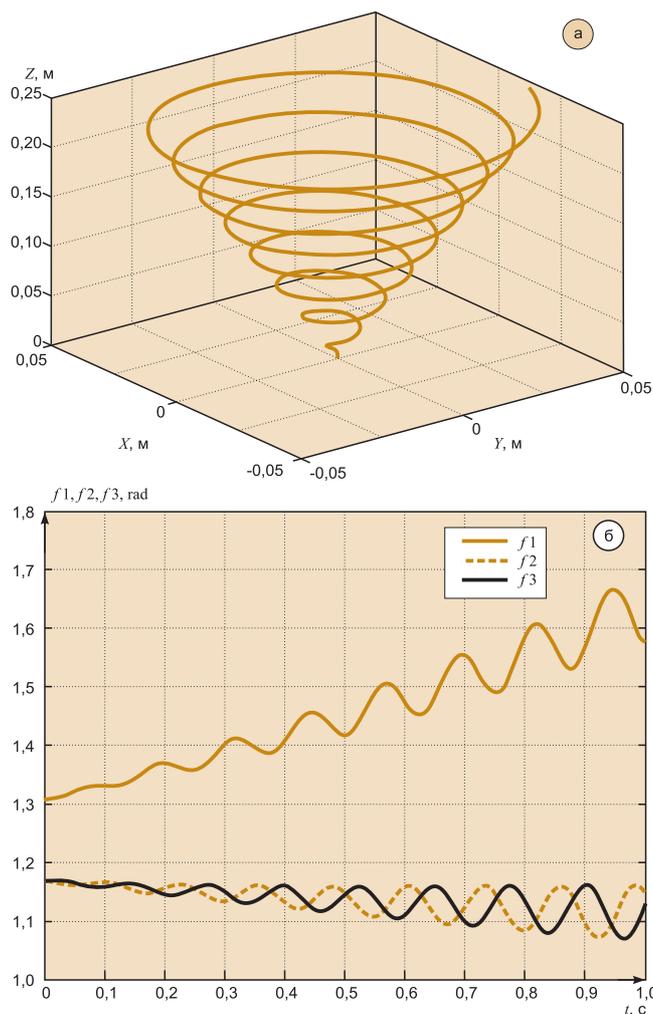


Рис. 9. Траектория движения рабочего органа по гармоническому закону (а); законы изменения углов отклонения управляющих звеньев φ_{11} , φ_{12} , φ_{13} во времени (б)

конфигурации рабочего пространства: $L_1 = 1,33$ м, $L_2 = 0,85$ м, $r = 0,83$ м. Перемещение рабочего органа осуществляется от оси z к периферии рабочего пространства.

Сопоставляя результаты, полученные при исследовании рабочего пространства, и результаты воспроизведения рабочим органом различных траекто-

рий при реализации законов управления угловыми координатами управляющих звеньев во времени $\varphi_{11}(t)$, $\varphi_{12}(t)$, $\varphi_{13}(t)$, можно сделать следующие выводы:

- конструкция манипулятора робота с тремя параллельными кинематическими связями позволяет воспроизводить позиционные и поисковые траектории, различные по форме и протяженности;
- диапазоны перемещения рабочего органа по различным направлениям имеют широкий разброс значений, что является следствием сложной конфигурации рабочего пространства;
- центральная зона рабочего пространства является оптимальной для реализации как позиционных, так и поисковых (сканирующих поверхность) траекторий, поскольку рабочее пространство образовано целостной зоной;
- для получения конфигурации рабочего пространства, центральная зона которого имеет диаметр, значение которого не менее длины звена L_2 , и высоту, составляющую примерно $0,5L_2$, выбор геометрических параметров устройства с тремя параллельными кинематическими цепями необходимо производить с учетом следующих ограничений:

$$\begin{aligned} 0,57 L_1 \leq L_2 \leq 0,69 L_1; \\ 0,6 L_1 \leq r_B - r_A \leq 0,8 L_1; \end{aligned} \quad (10)$$

- при воспроизведении траекторий на периферии рабочего пространства следует учитывать: нарушение целостности зоны (нижняя область); уменьшение диапазона возможных перемещений (нижняя и верхняя области).

Список литературы

- 1 J.-P. Merlet. Parallel Robots, Second Edition: Springer, 2006.
- 2 Parallel Manipulators. Towards New Applications. M.A. Laribi, L. Romdhane, S. Zeghloul. Advanced Synthesis of the DELTA Parallel Robot for a Specified Workspace. Viena: Tech Education and Publishing – <http://www.intehweb.com>, 2008.
- 3 Давыдова Н.С., Коновалов Д.А., Симаков А.Л. Анализ законов изменения углов отклонения входных звеньев дельта-робота при поисковом совмещении соединяемых деталей по спирали Архимеда // Сборка в машиностроении, приборостроении. 2009. №10.

Кузнецова Светлана Владимировна – ассистент кафедры "Приборостроение" Ковровской государственной технологической академии. Контактный телефон (49232) 3-20-99. E-mail: svkuznecova@gmail.com

Компания Autodesk анонсирует выход 2011 версий программ для 2D- и 3D-проектирования, предназначенные для больших и малых промышленных предприятий

Семейство Autodesk Inventor 2011 обладает улучшенными функциями, которые позволяют не просто проектировать в 3D-формате, а создавать цифровые прототипы, помогающие разрабатывать продукцию более высокого качества по более низкой стоимости. Совершенно новый подход к понятию "простота в использовании", заложенный в Inventor 2011, дает инженерам значительные преимущества в проектировании, визуализации и моделировании изделий.

Семейство Autodesk Inventor 2011 включает:

- Autodesk Inventor – решение на основе технологии цифровых прототипов, которое позволяет проектировать, визуализировать и моделировать различные объекты в цифровой среде;

- Autodesk Inventor Professional – определяет инженерные и конструктивные нормы и облегчает оптимизацию продукции под нужды конкретного заказчика;

- Autodesk Inventor Simulation – предоставляет один из лучших в отрасли комплексов инструментов симуляции, в том числе для вычислений, расчета напряжения, отклонений и моделирования смещения. Позволяет проверять и оптимизировать цифровой прототип перед началом производства;

- Autodesk Inventor Tooling – представляет собой комплексное решение по созданию форм для литья пластиковых деталей непосредственно на основе модели, созданной в Inventor.

[Http://www.autodesk.ru](http://www.autodesk.ru)