

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАРШРУТОВ ДВИЖЕНИЯ ВАГОНОВ С ГРУЗАМИ ПО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ СЕТИ

А.Ю. Кузнецова, Е.Н. Хоботов (ИПУ РАН), К.С. Павлов (МФТИ)

Рассматривается задача определения и корректировки маршрутов движения вагонопотоков для обеспечения доставки вагонов с грузами потребителям от станций отправления до станций назначения и порожних вагонов от мест разгрузки к местам погрузки по железнодорожной сети.

Ключевые слова: железнодорожная сеть, планирование, вагоны, грузы, модель, маршрут движения, моделирование, алгоритм, ограничения.

Введение

Большой интерес последние годы вызывают [1–6] задачи определения допустимых маршрутов доставки грузов от станций отправления к станциям назначения и порожних вагонов от мест разгрузки к местам погрузки по железнодорожной сети.

Для решения задач этого типа было предложено использовать математические модели и методы, которые широко использовались и используются для определения потоков в сетях [7]. Однако размерность переменных в модели, предназначенной для определения вагонопотоков в реальных железнодорожных сетях для прикладных задач, например, для задачи с железной дорогой США оказывается более миллиарда [2], что значительно превышает возможности существующих алгоритмов и ПО.

В работах [1–6] предлагалось решать задачу определения маршрутов движения грузов без учета ряда ограничений, чтобы ее приближенное решение могло быть получено с использованием традиционных методов. Если в решении такой задачи появятся маршруты доставки некоторых грузов, которые будут нарушать условия движения по железнодорожной сети, предлагалось такие маршруты корректировать, чтобы устранить нарушения ограничений. Однако алгоритмы, позволяющие устранять нарушения ограничений путем корректировки маршрутов доставки некоторых грузов, чтобы обеспечивать допустимость маршрутов движения всех грузов, в этих статьях приведены не были.

В данной работе предложены алгоритмы, которые позволят выбирать допустимые маршруты доставки партии вагонов с грузами потребителям и порожних вагонов от мест разгрузки к местам будущей погрузки по железнодорожной сети.

Постановка задачи

Задача определения маршрутов, по которым целесообразно доставлять вагоны с грузами от станций отправления к станциям назначения и порожние вагоны от мест разгрузки к местам будущей погрузки по железнодорожной сети может быть сформулирована следующим образом.

Пусть задана железнодорожная сеть, которая определена в виде ориентированного графа $G(V, E)$, где V — множество вершин графа (станций сети), а E — множество ребер графа (перегонов между станциями сети). Для каждого ребра e графа $G(V, E)$, то есть перегона железнодорожной сети, известна его пропускная спо-

собность $b(e)$, и партии вагонов могут двигаться по нему только в том случае, если полный поток по перегону меньше или равен его пропускной способности. Имеются также ограничения на число вагонов, которое может быть обслужено на каждой станции, и ограничения на число поездов, которые могут быть сформированы и отправлены с каждой станции. Для каждой станции сети известна информация об имеющихся заказах по доставке разных видов грузовых вагонов на другие станции сети. Все вагоны в каждой партии вагонов имеют одну станцию отправления и одну станцию назначения.

В задаче требуется выбрать маршруты доставки каждой партии вагонов с грузами от станций отправления и до станций назначения, а порожних вагонов — от мест разгрузки к местам будущей погрузки по железнодорожной сети. Сделать это нужно таким образом, чтобы выбранные маршруты удовлетворяли условиям движения грузов по сети, были по возможности кратчайшими, или стоимость доставки грузов по ним была бы меньшей.

Для решения этой задачи в работах [1–6] предлагалось использовать идеи построения математических моделей и методов, применяемых для решения задач о потоках в сетях.

В соответствии с этими идеями оптимизируемый функционал для такой задачи имеет вид:

$$J = \min \left\{ \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} m_{ij} x_{ij}^k + \sum_{i \in N} \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in O(i)} h_i x_{ij}^k \right\}, \quad (1)$$

где K — множество грузопотоков, каждый из которых включает v_k вагонов с грузами ($k=1, \dots, K$) и имеет одну станцию отправления и одну станцию назначения, A — множество всех дуг (ребер) в сети, соединяющих некоторые вершины сети, то есть $(i, j) \in A$, если соединение может быть построено от вершины i до вершины j , N — множество всех вершин графа $G = (N, A)$, обозначающих станции, m_{ij} — стоимость движения вагона между станциями и (через дугу (i, j)), x_{ij}^k — переменные, показывающие, как k -й грузопоток движется по сети, то есть $x_{ij}^k = v_k$, если k -й грузопоток движется по дуге $(i, j) \in A$ и нулю в противном случае, $o(i)$ — множество дуг, выходящих из вершины i , то есть число путей, выходящих со станции i ; h_i — цена классификации вагона на станции i (дело в том, что среди станций есть некоторые классифицирующие станции на которых выполняются операции группирования входящих вагонов для включения их в нужные выходящие поезда).

Ограничения, связанные с определением маршрута k -го грузопотока в этой модели, имеют вид:

$$\sum_{(i,j) \in O(i)} x_{ij}^k - \sum_{(i,j) \in I(i)} x_{ij}^k = \begin{cases} v_k & \text{if } i = o(k) \\ 0 & \text{if } i \neq o(k) \text{ or } d(k), \forall k \in K, \\ -v_k & \text{if } i = d(k) \end{cases} \quad (2)$$

где $I(i)$ — множество дуг входящих в вершину i , то есть число путей, входящих на станцию i , $o(k)$ — станция отправления k -й перевозки, $d(k)$ — станция назначения k -й перевозки.

$$\sum_{k \in K} x_{ij}^k \leq u_{ij} y_{ij}, \quad \forall (i, j) \in A, \quad (3)$$

где u_{ij} — максимальное число вагонов, которые могут проходить по дуге $(i, j) \in A$ (пропускная способность дуги (i, j)), y_{ij} — булевы переменные типа $\{0, 1\}$, показывающие, какое звено или дуга должна быть использована.

$$\sum_{(i,j) \in O(i)} y_{ij} \leq b_i, \quad \forall i \in N, \quad (4)$$

где $O(i)$ — множество дуг, выходящих из вершины i ; b_i — число блоков, которое может быть сформировано на станции i .

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in I(i)} x_{ij}^k \leq d_i, \quad \forall i \in N, \quad (5)$$

где d_i — число вагонов, с которым можно управляться в вершине i , то есть на станции i .

$$y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in A, \quad (6)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, v_k\}, \quad \forall (i, j) \in A, \quad \forall k \in K. \quad (7)$$

В приведенной выше модели минимизируется целевая функция (1), определяющая взвешенную сумму стоимости потока по дугам и стоимость классификации на станциях. Ограничение (2) в соединении с ограничением (7) гарантирует, что каждая партия грузов движется по одному единственному пути в группирующей сети, и ограничение (3) гарантирует, что партия грузов может двигаться только, если дуга имеется, и полный поток по этой дуге (пути) меньше или равен ее (его) пропускной способности. Выражение (4) ограничивает число блоков, которыми вагоны могут быть отправлены со станции, выражение (5) ограничивает число вагонов, обслуживаемых на станции. Ограничение (6) гарантирует, что переменные y_{ij} являются булевыми переменными.

В [2] отмечалось, что проблема определения маршрутов доставки грузов от станций отправления к станциям назначения по железнодорожной сети является оптимизационной сетевой проблемой очень большой размерности. Так, большая железная дорога США может иметь более 1000 станций отправки грузов, более 300 сортировочных (классифицирующих) станций и более 2000 станций назначения и может быть посла-

но более 50 тыс. партий грузов в месяц (партия грузов может состоять из нескольких вагонов обычно в диапазоне 1...50 вагонов). Размерность переменных в модели, предназначенной для решения задач такого типа, может оказаться чрезвычайно большой и значительно превысить возможности существующих алгоритмов и ПО.

Для получения приближенных решений таких задач в работах [1–6] предлагалось сначала решать задачу определения маршрутов доставки грузов без учета ограничений на: пропускные способности дуг железнодорожной сети, число вагонов, которое может быть обслужено на каждой станции, число поездов, которые могут быть сформированы и отправлены с каждой станции. Без учета этих ограничений решение указанной задачи может быть получено с использованием существующих методов, но такое решение может оказаться недопустимым из-за нарушения исключенных ограничений. Это приведет к невозможности движения грузов по маршрутам, полученным в результате решения упрощенной задачи с исключенными ограничениями, через некоторые станции, то есть возникают так называемые станции "непроезда". Такие недопустимые решения с нарушенными ограничениями предлагалось корректировать путем изменения маршрутов доставки некоторых партий грузов, чтобы нарушения ограничений не было.

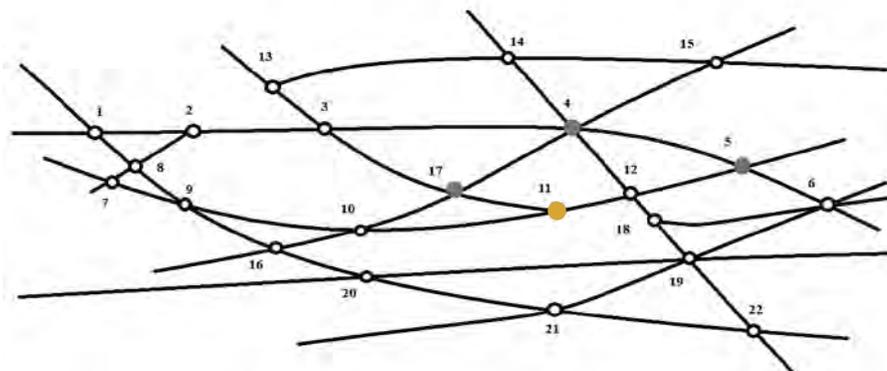
Однако алгоритмы, позволяющие корректировать маршруты доставки некоторых вагонов с грузами и порожних вагонов к местам погрузки, чтобы обеспечивать допустимость маршрутов их движения, в этих статьях приведены не были.

На рисунке приведен пример станции "непроезда", которая может возникнуть, когда в результате решения задачи (1–2) оказалось, что вагоны должны двигаться через станцию 11 к станции 12. Но пропускная способность перегона 11–12 оказывается меньше числа вагонов, которое должно по нему пройти в соответствии с решением задачи (1–2). Это приводит к тому, что движение всех намеченных партий вагонов через станцию 11 будет недопустимым и возникает станция "непроезда" 11. Поэтому для части партий вагонов приходится искать объездные пути.

Для корректировки маршрутов движения вагонов могут быть предложены алгоритмы, построенные на несколько отличных принципах.

Одна из групп алгоритмов базируется на идее построения окрестностей выбранной станции «непроезда» и поиска в них допустимых путей объезда этой станции вагонами, которые придают станции статус станции «непроезда», являются для нее «лишними», чтобы движение оставшихся вагонов через эту станцию стало допустимым, а станция потеряла бы статус станции «непроезда».

Выбор станции «непроезда» для формирования путей ее объезда производится в процессе проверки допустимости маршрутов доставки вагонов, полученных на предыдущей итерации алгоритма. Обычно в качестве такой станции выбирается первая выявленная



Фрагмент железнодорожной сети со станцией "непроезда"

станция «непроезда». Пути ее объезда ищутся после выбора партий вагонов, для которых следует их строить, чтобы движение оставшихся партий вагонов по прежнему маршруту через эту станцию стало допустимым.

Выбор партий вагонов, для которых следует строить пути объезда, может производиться различными способами, и в том числе с помощью специальных правил. В качестве примера таких правил могут быть приведены следующие.

1. В состав партий вагонов, выделяемых для движения по маршрутам объезда этой станции, включаются партии, каждая из которых имеет в своем составе меньшее число вагонов, чем любая из партий вагонов, сохранивших свой прежний маршрут, но ставший допустимым после отправки выбранных партий вагонов по объездным маршрутам.

2. В состав партий вагонов, выделяемых для движения по маршрутам объезда этой станции, включаются партии, стоимость доставляемых грузов каждой из которых меньше, чем в любой из партий вагонов, сохранивших свой прежний маршрут, но ставший допустимым после отправки выбранных партий вагонов по объездным маршрутам.

После выбора «лишних» партий вагонов формируется их последовательность, в соответствии с которой для каждой партии вагонов строится окрестность станции «непроезда».

В окрестность станции «непроезда» включаются по несколько станций по всем путям, входящим/исходящим из станции «непроезда», кроме перегона, выходящего из этой станции до следующей по недопустимому маршруту, то есть участок движения от станции «непроезда» до следующей станции по недопустимому маршруту в эту окрестность не включается.

Следует также отметить, что в окрестности станции «непроезда» следует оставлять только такие дуги (перегоны путей), пропускная способность которых может обеспечить движение через них той партии вагонов, для которой строится объездной маршрут.

Для построения маршрутов объезда в такой окрестности могут использоваться алгоритмы Дейкстры и Флойда — Уоршелла [8]. Если в данной окрестности найти маршрут объезда не удастся, то следует эту

окрестность увеличить и повторно использовать указанные алгоритмы для определения маршрутов объезда.

Описанная процедура производится для всех «лишних» партий вагонов так, чтобы станция перестала быть станцией «непроезда». После этого данная процедура выполняется последовательно для всех оставшихся станций «непроезда» сети.

Другая группа алгоритмов базируется на идеях описанного выше метода построения кратчайшего пути, в котором на каждой итерации решается задача (1–2) без учета ограничений.

Рассмотрим по шагам один из приближенных алгоритмов решения этой задачи.

Шаг 1. Для определения величин x_{ij}^k решается задача (1–2) без учета ограничений (3–5). Переход к шагу 2.

Шаг 2. Анализируются заданные или полученные в процессе расчетов маршруты движения партий грузов и определяются станции «непроезда», то есть станции, имеющие выходящие с них пути, по которым поток грузов x_{ij}^k , полученный в результате решения задачи (1–2), превышает пропускную способность путей. Это происходит в случае нарушений ограничения (3). Кроме того, определяются станции, на которых не может быть сформировано превышающее допустимое число блоков (поездов), то есть нарушено ограничение (4), а также ограничение (5). Другими словами, должно находиться только допустимое число вагонов. Если ограничения (3–5) выполняются для заданных на первой или полученных на следующих итерациях маршрутах движения x_{ij}^k , то есть станций «непроезда» нет, то алгоритм завершается. Иначе следует переход к шагу 3.

Шаг 3. Из всех станций «непроезда» выбирается станция «непроезда», через которую будут строиться объездные маршруты. Обычно такой станцией бывает первая выявленная станция «непроезда». Следует переход к шагу 4.

Шаг 4. Для зафиксированной станции «непроезда» с помощью специальных правил, примеры которых были рассмотрены выше, выбираются те партии вагонов, движение которых через станцию «непроезда» можно не менять, и партии вагонов, маршруты которых не должны проходить через эту станцию «непроезда». Такие партии нарушают допустимые условия работы железнодорожного транспорта и соответственно ограничения (3–5), и для них будут строиться объездные маршруты. Величины x_{ij}^k для этих партий вагонов полагаются равными нулю. Станция перестает быть станцией «непроезда». Все остальные грузопотоки x_{ij}^k , которые не нарушают эти ограничения для выбранной станции «непроезда» и других станций сети, остаются равными вычисленным значениям x_{ij}^k . Производится пересчет

грузопотоков, движение которых по некоторым дугам было запрещено и соответствующие им величины x_{ij}^k были положены равными нулю. Переход к шагу 5.

Шаг 5. Производится подготовка информации для пересчета маршрутов партий вагонов, движение которых после станций "непроезда" на шаге 3 были запрещены, то есть тех партий вагонов, у которых некоторые x_{ij}^k были положены равными нулю. Для пересчета маршрутов таких партий также решается задача линейного программирования вида (1–2), но для сети, которая является частью исходной сети.

Это связано с тем, что оставленные в сети партии вагонов x_{ij}^k , не нарушившие ограничения и запрещенные потоки грузов, величины которых x_{ij}^k были положены равными нулю, перестают быть переменными. Партии вагонов k , для которых ни одна величина x_{ij}^k не была положена равной нулю, также исключаются из дальнейших расчетов. Поскольку такие партии вагонов исключаются из расчетов, но остаются в сети, то пропускные способности дуг u_{ij} , а также величины K , b_i и d_i должны быть пересчитаны. Станции и дуги, через которые не могут проходить "оставшиеся" в сети партии вагонов, то есть партии вагонов k , для которых хотя бы одна величина x_{ij}^k была положена равной нулю, исключаются из сети. Исключаются из сети также станции, для которых ограничения (4) без исключенных из расчетов грузопотоков, то есть с разрешенными партиями вагонов, выполняются как равенства. Следует переход к шагу 6.

Замечание. Изменение конфигурации сети и сокращение числа переменных задачи линейного программирования (1–2) позволяет на порядки снизить размерность этой задачи.

Шаг 6. Формируется "новая" схема железнодорожной сети и новый набор переменных x_{ij}^k , в состав которых включаются партии вагонов только через оставленные в измененной сети дуги и станции. Следует переход к шагу 1.

Решающие правила

Станции "непроезда" на шаге 3 могут выбираться и с помощью решающих правил, примеры которых приведены ниже.

- Если номер станции "непроезда" меньше, то эта станция выбирается для работы алгоритма на шаге 4.
- Если число нарушений на станции "непроезда" меньше/больше, то эта станция выбирается для работы алгоритма на шаге 4.

Партии вагонов, проходящие через станцию "непроезда", которые следует оставить и запретить, можно также определять с использованием специ-

альных правил. В соответствии с этими правилами всем партиям вагонов, проходящим через станцию "непроезда" и нарушающим условие движения, присваивается рейтинг. После этого тем партий вагонов, которые имеют более высокий рейтинг и не нарушают условия движения, то есть ограничения (3–5), разрешается движение через эту станцию. Для остальных партий вагонов, движение которых через эту станцию приводит к нарушению ограничений (3–5), необходимо искать объезды этой станции.

Примеры таких решающих правил:

- если число станций по маршруту движения партии вагонов оказывается больше, то этой партии вагонов присваивается более высокий рейтинг;
- если число станций, которое осталось проехать партии вагонов по маршруту движения, оказывается больше, то этой партии вагонов присваивается более высокий рейтинг;
- если число вагонов в партии вагонов оказывается больше, то этой партии вагонов присваивается более высокий рейтинг

Рассмотренные алгоритмы имеют программную реализацию и с ними проводились вычислительные эксперименты, которые подтвердили их работоспособность и достаточно высокую эффективность.

Список литературы

1. *Jean-Francois Cordeau, Paolo Toth, and Daniele Vigo.* A survey of optimization models for train routing and scheduling. *Transportation Science*, 32(4):380-404, 1998.
2. *Ravindra K. Ahuja, Claudio B. Cunha, and G˘uven, c , Sahin.* Network models in railroad planning and scheduling. In *Tutorials in Operations Research*, pages 54-101. INFORMS, 2005.
3. *Ricardo Fukasawa, Marcus Poggi de Arag˘ao, Oscar Porto, and Eduardo Uchoa.* Solving the freight car flow problem to optimality. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 66(6):4-52, 2002.
4. *Steven Harrod and Michael F. Gorman.* Operations research for freight train routing and scheduling. In *James J. Cochran, Louis A. Cox, Pinar Keskinocak, Jeffrey P. Kharoufeh, and J. Cole Smith, editors, Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science*. John Wiley & Sons, Inc., 2010.
5. *Kaj Holmberg, Martin Joborn, and Jan T. Lundgren.* Improved empty freight car distribution. *Transportation Science*, 32(2):163-173, 1998.
6. *Lulli G., Pietropaoli U., Ricciardi N.* Service network design for freight railway transportation: the italian case. *Journal of the Operational Research Society*, 62(12):2107-2119, 2011.
7. *Ford L.R., Fulkerson D.R.* *Flows in Networks*. Princeton University Press, Princeton. New Jersey, 1962.
8. *Пападимитриу Х., Стайллиц К.* Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. М.: Мир. 1985.

Кузнецова Александра Юрьевна – инженер ИПУ РАН,
Хоботов Евгений Николаевич – д-р техн. наук, ведущий научный сотрудник ИПУ РАН,
 проф. кафедры РК9 МГТУ им. Н.Э. Баумана,
Павлов Константин Сергеевич – инженер МФТИ (ГУ).
 Контактный телефон (963) 763-29-72.
 E-mail: e_khobotov@mail.ru