

## ВОКСЕЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ ИЗГОТОВЛЕНИЕМ ПРОТОТИПА С ПОМОЩЬЮ АДДИТИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

А.В. Толлок, Н.Б. Толлок, Е.Р. Батуев (ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН)

*Изложены принципы управления параметрами функционально-воксельной модели в процессе изготовления прототипа детали с применением аддитивных технологий. Рассмотрен один из способов построения функционально-воксельной модели, основанный на отображении локальных геометрических характеристик. Представлен подход к процессу моделирования опорных конструкций на основе градиентного движения в пространстве функционально-воксельных моделей (ФВМ), базирующихся на принципе отвердевания<sup>1</sup>.*

*Ключевые слова: аддитивные технологии, R-функция, воксель, функционально-воксельный метод, градиентный алгоритм локального перебора, опорные конструкции, суппорт.*

### Введение

Активное использование цифровых технологий проектирования и моделирования привело к бурному развитию аддитивных технологий (от англ. — Additive Manufacturing Technologies), и в настоящее время крайне сложно указать область материального производства, где в той или иной степени не использовалась бы 3D — печать.

Аддитивные технологии предполагают изготовление прототипа (детали) методом послойного нанесения (добавления, от англ. — add) материала в отличие от традиционных методов образования детали за счет удаления (вычитания, от англ. — subtraction) материала из массива заготовки. На выходе получается деталь сложной геометрической формы, сделанная за короткий срок.

STL-модели<sup>2</sup>, содержащие графическую информацию об объекте, нашли применение в аддитивных технологиях. В основном эти модели базируются на описании треугольников сетки поверхности и компонентов нормали, характеризующих геометрию объекта. То есть геометрия модели представляется триангулированной поверхностью<sup>3</sup>. Поэтому основные алгоритмы (слайзинг<sup>4</sup>, заполнение, построение суппортов<sup>5</sup> и т. п.), применяемые в аддитивных технологиях, базируются в первую очередь на этих данных. Любые другие графические форматы для применения в подобных системах, как правило, приводятся к наработанному таким алгоритмам требованиям к исходным данным.

При этом наблюдается очевидный предел возможности обработки такой модели, не позволяющий моделировать многие задачи, возникающие в ходе наладки и управления аддитивным процессом. Такие задачи, в основном требуют получения локальной информации в конкретно взятой обрабатываемой точке, геометрических и физических характеристик ее окрестности, выступающих исходными параметрами для различных постановок оптимизационных задач.

Вероятно, здесь уместно говорить о возможности перехода компьютерного представления геометрии к воксельным<sup>6</sup> графическим структурам, позволяющим насытить область тела объекта различными локальными характеристиками.

Рассмотрим один из подходов к применению воксельных структур для геометрического описания компьютерного прототипа и моделирования основных технологических этапов аддитивного прототипирования.

### Метод функционально-воксельного компьютерного представления геометрии объекта

Рассмотрим один из методов компьютерного моделирования графического представления объекта с применением воксельных структур. Метод функционально-воксельного моделирования (ФВМ), предложенный в работе [1], позволяет пространство аналитической функции  $\omega = f(x, y, z)$  средствами линейной аппроксимации представить пространством локальных функций  $F : n_1x + n_2y + n_3z + n_4\omega + n_5 = 0$ . Параметре-

<sup>1</sup> Принцип отвердевания позволяет применять к любому нетвердому телу и к любой изменяемой конструкции условия равновесия, устанавливаемые статикой для абсолютно твердого тела. Эти условия являются необходимыми условиями равновесия и для нетвердых тел, но не всегда достаточными.

<sup>2</sup> STL (от англ. *stereolithography*) — формат файла, широко используемый для хранения трехмерных моделей объектов для использования в аддитивных технологиях. Информация об объекте хранится как список треугольных граней, которые описывают его поверхность и их нормали. STL-файл может быть текстовым (ASCII) или двоичным. Свое название получил от сокращения термина «Stereolithography», поскольку изначально применялся именно в этой технологии трехмерной печати.

<sup>3</sup> Триангуляция в наиболее общем значении — это разбиение геометрического объекта на симплексы. Например, на плоскости — это разбиение на треугольники, откуда и происходит это название.

<sup>4</sup> Слайзинг — процесс перевода 3D модели в управляющий код для 3D принтера. Модель режется (слайзится) по слоям. Каждый слой состоит из периметра и/или заливки. Модель может иметь разный процент заполнения заливкой, также заливки может и не быть (пустотелая модель). На каждом слое происходят перемещения по осям XY с нанесением расплава пластика. После печати одного слоя происходит перемещение по оси Z на слой выше, печатается следующий слой и т. д.

<sup>5</sup> Суппорт — система опорных конструкций.

<sup>6</sup> Воксел — элемент пространственного изображения, содержащий значение элемента растра в многомерном пространстве. Воксели являются аналогами двумерных пикселей для многомерного пространства.

тры при аргументах  $n_1, n_2, n_3, n_4, n_5$  являются локальными геометрическими характеристиками в точке пространства, содержащего объект, и несут информацию о косинусе угла отклонения нормали<sup>7</sup> в точке от соответствующей оси. При этом отметим, что параметр  $n_5$  указывает на то, что рассмотрению подлежит пятимерный вектор нормали. Такая постановка задачи позволяет полностью локализовать исходную функцию. Например, глобальный вид функции  $\omega = f(x, y, z)$  можно преобразовать для конкретной точки к локальной функции:

$$\omega = \frac{n_5}{n_4} - \frac{n_1}{n_4}x - \frac{n_2}{n_4}y - \frac{n_3}{n_4}z.$$

Любая вычислительная сложность функции  $f$  на локальном уровне упрощается до решения линейного многочлена. При этом получаем возможность автоматически выразить любой аргумент через остальные.

Вторым, немаловажным преимуществом локально-функционального представления является тот факт, что каждая из локальных геометрических характеристик  $n_1, n_2, n_3, n_4, n_5$  определяет отклонение окрестности точки от соответствующей оси, а значит, присутствует достаточно информации в точке для реализации *алгоритма градиентного спуска*<sup>8</sup> для движения к локальным экстремумам функции. Поскольку локальные геометрические характеристики являются компонентами вектора нормали, то их значения лежат на промежутке  $[-1, 1]$ , а значит, приводимы к соответствию градациям палитры цвета  $P = [0, 255]$ . Таким образом, дискретный вид любой аналитической функции вида  $\omega = f(x, y, z)$  на заданной области определения на экране можно представить пятью воксельными трехмерными образцами  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$ , где  $C_i = \frac{P(1+n_i)}{2}$ .

Такие образы в работе [1] определены как образы-модели, несущее некоторое свойство объекта или сокращенно базовые М-образы. Метод ФВМ демонстрирует решение различных задач с геометрической постановкой зачастую с применением для этого дополнительных М-образов, порожденных на основе базовых. Например, для построения алгоритма градиентного спуска необходимо моделировать трехкомпонентный вектор нормали с применением к каждой

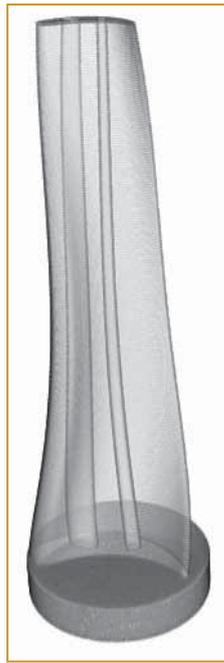


Рис. 1. Изображение нуль-поверхности для функции «Лопатка»



Рис. 2. Воксельная модель квадратичной поверхности Безье

из компонент  $n_1, n_2, n_3$  нормы  $N = \sqrt{1 - n_4^2 - n_5^2}$ .

Полученные новые М-образы позволяют управлять градиентным движением в трехмерном пространстве. Более подробно алгоритм представлен в работе [2].

### Средства построения аналитического описания компьютерного прототипа для построения ФВМ

Аналитическому проектированию геометрических объектов сложной формы посвящено достаточно много работ. Для нашего случая отметим учеников Харьковской школы прикладных математиков под руководством В.Л. Рвачева — основопологателя R-функционального моделирования (RFM) [3]. Именно этот математический аппарат позволил осуществлять теоретико-множественные операции над  $n$ -мерной областью функций вида  $\omega = f(x_n)$  и тем самым вплотную подойти к вопросу аналитического конструирования описания сложных геометрических объектов [4–9]. В основу легла идея предикатного состояния значения  $\omega$  в качестве положительного, нулевого и отрицательного. Принимая нулевые значения  $\omega$  за границу объекта, а положительную область за его тело, получаем максимально точное аналитическое описание функции объекта.

На рис. 1 демонстрируется пример визуализации нуль-поверхности функции «Лопатка». Более подробно принципы построения такой функции представлены в [3].

Очевидно, что формировать математическое описание объекта вручную, даже с применением разработанных стандартных конструкций, непривычно для современного конструктора. Проектирование сложных гладких поверхностей принято проводить средствами построения кубических сплайнов<sup>9</sup> по опорным сеткам точек. При этом получаем параметрическое описание криволинейных поверхностей-сегментов сложного объекта. На современном этапе для применения таких поверхностей в подготовке к прототипированию необходимо осуществить предварительно процедуру триангуляции для последующего применения в существующих алгоритмах.

В [8] на примере поверхности Безье демонстрируется принцип построения ФВМ. Принцип основан

<sup>7</sup> Нормаль — вектор, перпендикулярный касательному пространству с единичной длиной.

<sup>8</sup> Градиент — вектор, своим направлением указывающий направление наибольшего возрастания некоторой величины, значение которой меняется от одной точки пространства к другой (скалярного поля), а по величине (модулю) равный скорости роста этой величины в этом направлении. Градиентный спуск — метод нахождения локального экстремума (минимума или максимума) функции с помощью движения вдоль градиента.

<sup>9</sup> Кубический сплайн — гладкая функция, область определения которой разбита на конечное число отрезков, на каждом из которых она совпадает с некоторым кубическим многочленом (полиномом).

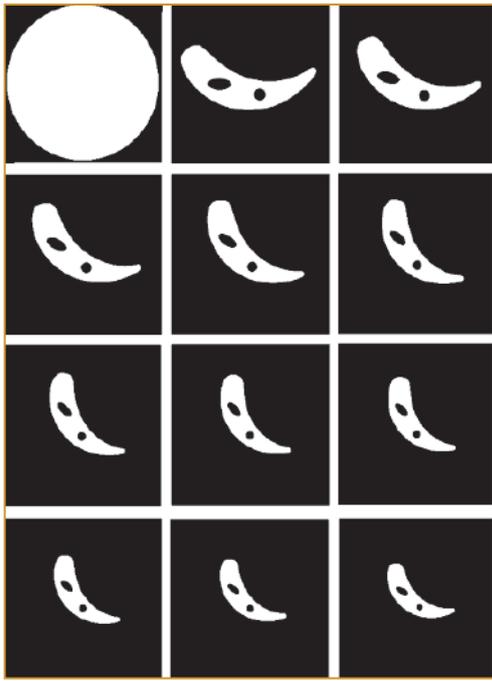


Рис. 3. Послойное разбиение ФВМ на слои для 3D-печати

на приведении параметрического описания кубических или квадратичных сплайнов к виду  $\omega = f(x, y, z)$ . Приведены примеры выражения параметров через аргументы, и разработан конструктивный алгоритм на основе способа де Кастельджо<sup>10</sup>. На рис. 2 демонстрируется пример визуализации положительной области сегмента квадратичной поверхности Безье. Развитие подобных средств поможет конструктору переходить к применению ФВМ в вычислительных задачах прототипирования.

**Слайзинг применительно к ФВМ**

Для послойного представления функционально-воксельной модели в управление устройством прототипирования достаточно получить дополнительный порожденный М-образ, где положительная и нулевая зоны окрашены белым цветом, а отрицательная — черным (рис. 3). Разбивая такой М-образ на растры вдоль выбранной оси, получаем информационные слои для применения в аддитивных технологиях.



Рис.4. Примеры работы градиентного алгоритма локального перебора на моделях ФВМ

В случае DLP-печати, использующей жидкие фотополимерные смолы, затвердевающие под воздействием световых волн, такие слои применимы в исходном виде (рис. 3). В том случае, если применяется метод селективной лазерной обработки, требуются алгоритмы линейной трассировки для управления лучом. В существующих STL-моделях информацией для построения алгоритмов заполнения являются границы замкнутых областей, образуемых горизонтальными сечениями поверхности фигуры. При этом параллельная штриховка заполняемой области позволяет решить проблему с послойным комбинированием ее направления.

Доступность локальных геометрических характеристик функционально-воксельной модели в каждой точке тела позволяет учитывать форму функции в положительной ее области и применять при построении линейной трассировки.

В [2] приводятся примеры применения градиентных алгоритмов локального перебора точек для заполнения различных геометрических фигур (рис. 4).

Процесс моделирования опорных конструкций для прототипа поручают компьютерной системе, так как этот процесс выполнять вручную нецелесообразно вследствие сложности геометрии конструкций. В машиностроительной отрасли важнейшую роль играет точность геометрии. Именно поэтому конечная форма детали должна быть обеспечена поддержкой опорных конструкций. Которые позволяют: предотвращать расслаивание в сложных участках прототипа; легко отделять синтезированный прототип от основания-платформы; стабилизировать выступы, консоли на краях прототипа; облегчить синтез сложных прототипов, создавая их из нескольких частей; корректировать возможное искривление слоев на платформе.

**Моделирование опорных конструкций в аддитивных технологиях**

Все ныне существующие подходы к моделированию опорных конструкций с помощью 3D-печати базируются на единообразном решении, представляющем собой определенный алгоритм исполнения.

*Построение модели прототипа (CAD-модель).*

- 1) Проведение анализа нависающих частей модели.
- 2) Построение поддержек к нависающим частям модели.
- 3) Загрузка построенной модели прототипа в модуль 3D-принтера.
- 4) Преобразование трехмерной модели в понятный 3D-принтеру набор команд (например, G код), с помощью программы называемой — слайзером.

<sup>10</sup> Алгоритм де Кастельжо - рекурсивный метод определения формы многочленов Бернштейна или кривых Безье. Алгоритм де Кастельжо также может быть использован для деления кривой Безье на две части по произвольному значению параметра  $t$ .

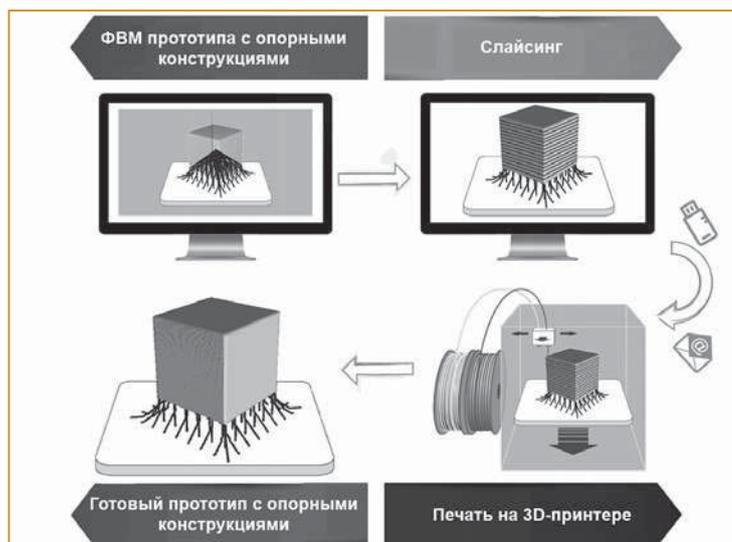


Рис. 5. Процесс послойного синтеза опорных конструкций

##### 5) Печать прототипа на 3D-принтере.

Во многих системах моделирования опорных конструкций предусмотрен режим сборки, в которой технолог — программист может моделировать поддерживающие структуры, глядя или опираясь на геометрию детали, что вносит в процесс технологии человеческий фактор. Это может привести к избыточности опорных конструкций, увеличению времени моделирования и печати, а недостаточность — к получению бракованных прототипов изделий.

##### **Моделирование опорных конструкций на основе ФВМ простой формы**

Предлагается способ моделирования системы опорных конструкций (суппортов) на основе ФВМ,

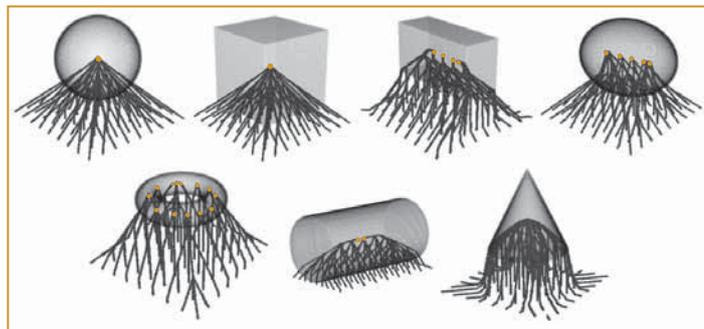


Рис. 6. Трехмерное представление простых моделей с концентратором и градиентом

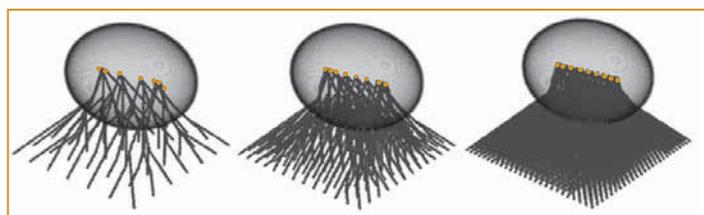


Рис. 7. Зависимость концентраторов функций от шага исходных точек градиентного движения

<sup>10</sup> Полигональные (плоскостные) модели (сетки) - поверхности геометрических объектов в виде набора состыкованных друг с другом плоских многоугольников (полигонов). Традиционное для компьютерной графики описание полигональной модели объекта является иерархическим и включает список вершин, список ребер и список полигонов объекта.

использующий возможности аддитивных технологиях, таких как Poly-Jet (3D-печать, основанная на послойном отверждении жидкого фотополимерного материала под воздействием ультрафиолетового излучения.), FDM (метод послойного наплавления), SLM (выборочная лазерная плавка) и т.п. То есть существующие способы моделирования опорных конструкций ориентированы на построение их для полигональной модели поверхности<sup>11</sup> прототипа с дальнейшими процедурами послойного разбиения. На рис. 5 представлен процесс послойного синтеза опорных конструкций с использованием ФВМ.

Метод ФВМ позволяет реализовать подход, ориентированный на применение аналитического описания прототипа (то есть содержащий в своей основе математическую модель), представленного воксельной геометрической моделью. В качестве критериев построения опорных конструкций используется алгоритм градиентного движения [10] для регулярно организованной системы точек к концентраторам функций, описывающих геометрический объект.

Под концентраторами функций будем понимать точку функционального пространства, где значение функции приобретает локальный максимум, а под градиентом — вектор, который указывает направление наибольшего возрастания некоторой величины, значение которой меняется от одной точки пространства к другой. На рис. 6 представлен подход к моделированию опорных конструкций для различных простых геометрических форм.

На рис. 7 демонстрируется плотность распределения опорных конструкций от заданного шага сетки исходных точек на опорной площадке.

Алгоритм процесса создания опорных конструкций на основе ФВМ [10, 11]

1) Описание математической модели объекта средствами RFM (R-функциональное моделирование).

2) Построение и анализ 3D — массивов графических данных.

3) Выбор параметров и шага градиента.

4) Выбор параметров визуализации 3D — массива данных.

В результате получается трехмерная модель прототипа с опорными конструкциями (суппортами), то есть не требуется построения дополнительной аналитической модели поддержек.

##### **Моделирование опорных конструкций на основе ФВМ сложной формы**

Для распределения концентраторов на сложной модели предлагается ее разбить на более простые элементы (примитивы), построить концентраторы для

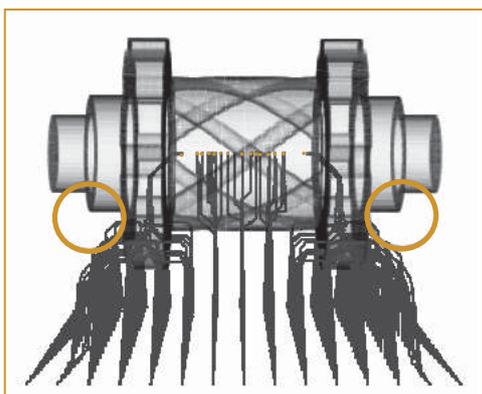


Рис. 8. Трехмерное представление прототипа сложной модели с концентраторами и неполным градиентным построением опоры

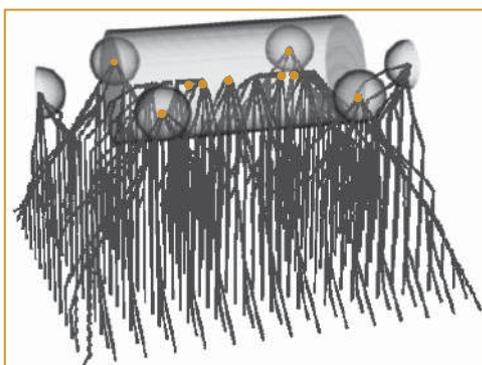


Рис. 9. Набор градиентных примитивов для сложного объекта с концентраторами и градиентным полем

каждого из них, а затем поместить на сцену сложную модель. Это позволяет рассредоточить по всей модели концентраторы, к которым пойдут опорные конструкции, и будет получен требуемый результат.

Построим модель сложной формы, например, вала, и подведем к ней опорные конструкции. На рис. 8 представлен сложный объект, не удовлетворяющий нашим требованиям, так как у модели прототипа есть нависающие области, у которых отсутствует опора. Кругами выделены зоны, где необходимо строить дополнительные опоры.

Для решения такого типа проблемы предлагается алгоритм построения опорных конструкций для моделей сложной формы на основе пространственной комбинации простых элементов.

1) Введем понятие: *градиентный примитив* или набор примитивов (из моделей простых геометрических форм). *Градиентный примитив* — это заранее определенный градиентный участок для простого геометрического элемента. Каждый *градиентный примитив* формируется на основании специально подобранного по форме геометрического объекта (рис. 6). Над *градиентными примитивами* можно выполнять следующие операции: создавать, удалять, получать копии, перемещать, масштабировать, поворачивать, устанавливать свойства и др.

Подобранные необходимые *градиентные примитивы* расставляются в пространстве при помощи  $R$  — функционального моделирования, и строится общее

*градиентное поле* (рис. 9) с заданным параметром шага, по которому будут построены дополнительные опорные конструкции для сложной модели.

2) Геометрические примитивы удаляются со сцены, но сохраняются концентраторы и построенные к ним опорные конструкции. Далее промоделируем сложную модель с заданным параметром шага. Это позволяет рассредоточить по всей сложной модели концентраторы, к которым пойдут градиентные опорные конструкции. В результате получим опорные конструкции для сложной модели прототипа (рис. 10).

3) На заключительном этапе выполняется визуализация по заданным параметрам 3D-модели (рис. 11).

В результате выполняется построение сложной трехмерной модели прототипа с опорными конструкциями (суппортами), которое не требует описания дополнительной аналитической модели поддержек.

### Заключение

Активное развитие средств аддитивного прототипирования значительно расширяет возможности проектировщиков конструкций сложных форм.

На первом этапе развития аддитивного прототипирования использовались STL-модели, позволяющие решать поставленные перед ними задачи, но при этом име-

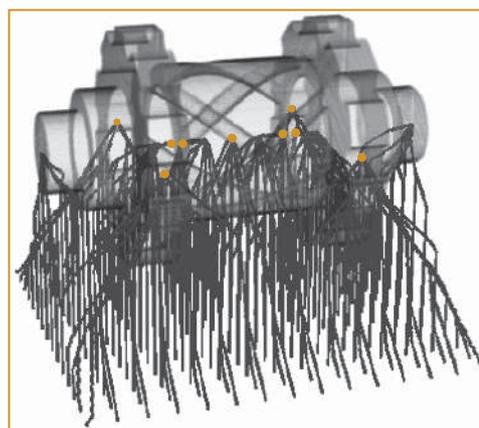


Рис. 10. Трехмерное представление сложного объекта и примитивов с концентраторами и градиентным построением опоры

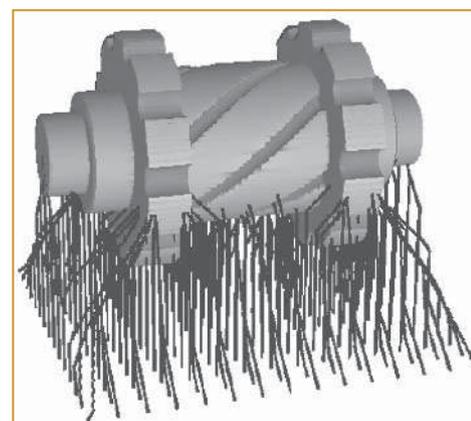


Рис. 11. Трехмерное представление сложного объекта с опорными конструкциями

*Системы состоят из подсистем, подсистемы - из под подсистем и так до бесконечности - именно поэтому мы проектируем снизу вверх.*

Алан Перлис

ющие ограничения, например, при необходимости получения локальной информации в обрабатываемой точке.

Использование воксельных моделей позволяет устранить эти ограничения и значительно расширить возможности не только прототипирования, но и моделирования различных физических процессов в производстве сложных деталей. В статье наглядно продемонстрированы возможности моделирования опорных конструкций простой и сложной формы на основе ФВМ.

Опираясь на результаты проведенных исследований, можно предположить, что локальная компьютерная геометрия будет в дальнейшем рассматриваться как отдельное направление в развитии средств компьютерного моделирования.

#### Список литературы

1. Толлок А.В. Функционально-воксельный метод в компьютерном моделировании. Л.: Физматлит. 2016. 112 с.
2. Grigoryev S. N., Tolok N. B., Tolok A. V. Local Search Gradient Algorithm Based on Functional Voxel Modeling//Programming and Computer Software. 2017. Vol. 43, No. 5. С. 300-306.
3. Рвачев В.Л., Толлок А.В., Уваров Р.А., Шейко Т.И. Новые подходы к построению уравнений трехмерных локусов с помощью R-функций // Фізико-матем. науки, Біологічні науки. Вісник Запорізького Державного університету: збірник наукових статей. Запоріжжя: ЗДУ, №2, 2000 -С.119-131.
4. Максименко-Шейко К.В., Шейко Т.И., Толлок А.В. R-функции в аналитическом проектировании с применением системы «РАНОК» // Вестник МГТУ «Станкин». 2010. №4(12). С.139-151.
5. Максименко-Шейко К.В., Мацевитый А.М., Толлок А.В., Шейко Т.И. R-функции и обратная задача аналитической геометрии в трехмерном пространстве // Ежемесячный теоретический и прикладной научно-технический журнал (с приложением). М.: «Новые технологии». 2007. Вып.10. С.23-32.
6. Максименко-Шейко К.В., Толлок А.В., Шейко Т.И. R-функции и аналитическое описание геометрических объектов, обладающих симметрией // Ежемесячный теоретический и прикладной научно-технический журнал (с приложением). М.: «Новые технологии». 2009. Вып.7. С.57-62.
7. Толлок А.В., Максименко-Шейко К.В., Шейко Т.И., Литвинова Ю.С. Аналитическая идентификация машиностроительных деталей с помощью R-функций // Информационные технологии в проектировании и производстве. 2016. №1. С. 38-43.
8. Tolok A. V., Tolok N. B. Mathematical Programming Problems Solving by Functional Voxel Method // Automation and Remote Control. 2018. Vol. 79. № 9. pp. 1703-1712.
9. Tolok A. V., Tolok N. B., Loktev M. A. Modeling Function Domain for Curves Constructed Based on a Linear Combination of Basis Bernstein Polynomials // Programming and Computer Software. 2018. Vol. 44. N. 6. pp. 526-532.
10. Батуев Е.Р., Толлок А.В. Исследование процесса моделирования опорных конструкций на основе функционально – воксельных моделей для аддитивных технологий // Тр. 17-й междунар. конф. «Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта» CAD/CAM/PDM. 2017. С. 158-160.
11. Батуев Е.Р., Толлок А.В. Функционально – воксельный метод построения опорных конструкций для аддитивных технологий // Тр. 18-й междунар. конф. «Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта». CAD/CAM/PDM. 2018. С. 97-101.

*Толлок Алексей Вячеславович – д-р техн. наук, проф., зав. лабораторией Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, проф. МГТУ «Станкин»,*

*Толлок Наталья Борисовна – канд. техн. наук, старший научный сотрудник,*

*Батуев Евгений Рустамович – аспирант Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН.*

*E-mail: a.tolok@stankin.ru nat\_tolok@mail.ru demuha.evg@gmail.com*

#### НОВЫЕ КНИГИ

Э.Л. Ицкович. Особенности современных АСУТП. Издательство ИГУ РАН. 2017 г. 522 стр.

В книге рассматриваются задачи перспективной автоматизации производственных объектов предприятий технологических отраслей.

Анализируются современные технические и программные средства автоматизации производственных объектов: полевого уровня (датчики и исполнительные комплексы); промышленного уровня (контроллеры); информационного уровня (SCADA-программы); а также типовые цифровые сети, соединяющие компоненты систем автоматизации.

Выделяются варианты ПТК и распределенных систем управления (PCU). Приводятся рациональные методы построения и особенности функционирования АСУТП: создание концепции и планирование работ по автоматизации технологических агрегатов; разработка технических требований на создание АСУТП и организация тендера на выбор

исполнителей; организация работ по проектированию, внедрению и эксплуатации АСУТП. Описываются направления развития средств и систем автоматизации и перспективные алгоритмы автоматического контроля, учета и управления работой технологического агрегата.

Рассматриваются важные для эффективного функционирования АСУТП: способы взаимодействия систем автоматизации с операторами технологических агрегатов; мероприятия по рационализации функционирования персонала, управляющего производственными объектами и обслуживающего их системы автоматизации; методы защиты средств и систем автоматизации от воздействий внешней среды и кибератак; необходимые решения по преодолению типичных недостатков построения, внедрения и функционирования АСУТП на российских предприятиях.

<http://mescenter.ru/book>