DOI: 10.25728/avtprom.2020.07.13

Многогомотопический поиск оптимального маршрута для автономных мобильных устройств

Р.О. Лавренов, Е.А. Магид (ВШ ИТИС КФУ)

Предлагается новый метод планирования маршрута для мобильных автономных робототехнических устройств с использованием графа Вороного. Представленный алгоритм предназначен для поиска оптимальной сплайн-траектории для автономного робота в среде, представленной в виде двумерной карты с полигональными препятствиями. В качестве первой итерации используется траектория, найденная по рассчитанному в среде графу Вороного. При оптимизации используется целевая функция, учитывающая формализованные критерии оптимальности траектории. Разработанный алгоритм решает задачу планирования пути в сложных условиях, в которых траектория мобильных роботов должна учитывать обширный набор критериев[1].

Ключевые слова: мобильный робот, автономное планирование пути, оптимизация, сплайн, граф Вороного, потенциальное поле, метод Нелдера-Мида.

Введение

Задача планирования маршрута для автономных робототехнических устройств — важная задача современной робототехники. Существует множество фундаментальных методов планирования пути, которые в свою очередь делятся на глобальные и локальные. Глобальные методы планирования маршрута используют полную информацию о среде и препятствиях в ней. Локальные методы необходимы для планирования маршрута в некоторой области рядом с устройством для учета динамических препятствий. Среди глобальных методов выделим:

• Методы дорожной карты. Используется предварительно вычисленный граф. Это может быть граф видимости, касательных или граф Вороного [1].

• Методы потенциальных полей [2]. Моделируются мнимые силы притяжения и отталкивания, действующие на робота. Препятствия обладают высоким значением потенциального поля, а целевое положение — малым. Робот при этом двигается по градиенту моделируемых сил к целевой позиции.

Наиболее популярной траекторией для мобильных роботов является сплайн. Благодаря непрерывных и гладких производной и второй производной от параметрически заданной траектории, именно кубические сплайны являются лучшим решением для планирования движения мобильных устройств.

При планировании траекторий в топологически-сложных пространствах используется понятие гомотопии. Гомотопия по определению — семейство непрерывных отображений (1), непрерывно зависящих от параметра [3].

$$F_t : X \to Y, t \in [0,1]. \quad (1)$$

Множество траекторий, соединяющих стартовое и целевое положения, считают относящимися к одному гомотопическому классу, если их можно преобразовать друг в друга непрерывным преобразованием. В пределах одного гомотопического класса может существовать бесконечное количество путей. Если траектории нельзя преобразовать друг в друга без пересечения с препятствиями, они находятся в разных гомотопиях.

Основные критерии, влияющие на траекторию, бывают различными. Это могут быть длина траектории, гладкость, расстояние до препятствий и т. д. При задаче планирования пути в сложных условиях возможны другие критерии, связанные с избеганием конкретных опасных мест или наоборот, критерии связанные с ограничением расстояния до контролирующего устройства [4].

В данной работе решается задача разработки алгоритма многомотопического поиска оптимальной сплайн-траектории для мобильных роботов с учетом множества критериев.

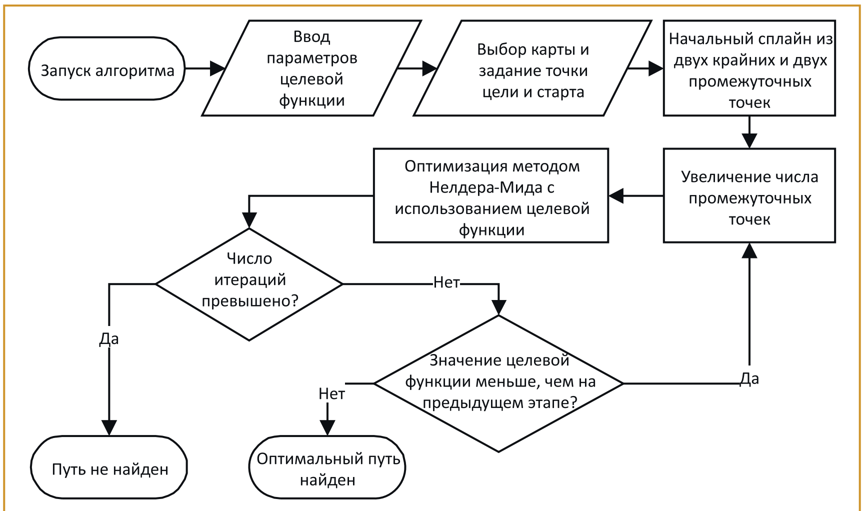

Рис. 1. Схема исходного метода поиска оптимального пути

Исходный метод

Задача поиска оптимальной по набору критериев траектории решалась многими учеными-исследователями.

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке Казанского (Приволжского) федерального университета и при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проект № 19-58-70002).

Наиболее подходящее решение задачи поиска оптимальной сплайн-траектории было представлено в работе Магида Е. [5]. Используется следующая математическая модель — алгоритм поиска пути выполняется на двумерной карте для мобильного робота цилиндрической формы. Благодаря этому условию трехмерное конфигурационное пространство положений робота (ось *X*, *Y*, и угол поворота робота θ) можно сократить на одно измерение — угол поворота θ. При этом препятствия расширяются на размер радиуса робота, и робот становится математической точкой. Препятствия после расширения можно с высокой точностью аппроксимировать группами кругов разных размеров.

Алгоритм [5] работает следующим образом. Вначале точки старта и цели соединяются отрезком. На данном отрезке выбираются две промежуточные точки, которые делят данный отрезок на три равные части. После этого данные 4 точки интерполируются составным кубическим *b*-сплайном с помощью метода, представленного в статье [6]. Траектория определяется как две параметрически заданные функции от переменной t определенной на отрезке [0, 1]:

$$q(t) = \{x(t), y(t)\}, t \in [0,1]. \quad (2)$$

Далее начинается процесс оптимизации. В ходе оптимизации промежуточные точки сплайна сдвигаются по осям *X* и *Y* согласно симплекс-методу Нелдера-Мида [7]. После каждого сдвига крайние и промежуточные точки снова интерполируются составным кубическим *b*-сплайном. Для каждой сплайн-траектории рассчитывается значение целевой функции. Количество итераций и параметры симплекс-метода задаются пользователем. По окончании работы метода, выбирается сплайн-траектория с наименьшим значением целевой функции. На данной траектории увеличивается количество промежуточных точек и снова запускается симплекс метод. Алгоритм работает до тех пор, пока наименьшее значение целевой функции сплайн-траектории после итерации меньше, чем наименьшее значение сплайн-траектории прошлой итерации. Общая схема исходного алгоритма представлена на рисунке 1.

Используется следующая целевая функция, состоящая с суммы трех компонентов:

$$F(q) = \gamma_1 T(q) + \gamma_2 R(q) + \gamma_3 L(q), \quad (3)$$

Топология $T(q)$ — функция, учитывающая потенциальное поле N кругов окружающей среды и их влияние на робота на протяжении всего пути, которая определяется параметрическим уравнением на интервале [0,1]:

$$T(q) = \sum_{j=0}^{N-1} \int_{t=0}^{1} U^j{}_{rep}(q) \cdot \delta l(t) \cdot dt, \quad (4)$$

где $\delta l(\mathbf{t})$ длина отрезка:

$$\delta l(t) = \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}. \quad (5)$$

Функция кривизны пути также определяется параметрическим уравнением:

$$R(q) = \sqrt{\int_{t=0}^{1} (x''(t))^2 + (y''(t))^2 dt}. \quad (6)$$

Функция, которая учитывает длину пути ($L(q)$), суммирует длины всех сегментов пути:

$$L(q) = \int_{t=0}^{1} \delta l(t) \cdot dt. \quad (7)$$

Анализ недостатков исходного метода

Несмотря на то, что данный метод фундаментально решает задачу поиска оптимального по многим критериям пути, в ходе исследований и тестирований реализованного алгоритма, у него обнаружен ряд недостатков.

1) Алгоритм ищет путь только в одном гомотопическом классе. Так как путь начинается с отрезка, то сдвинув в ходе процесса оптимизации промежуточные точки сплайна с препятствия (если отрезок его пересекал), путь уже не может перейти в другую гомотопию. Так как при этом потребуется преодолеть препятствие, в котором значение целевой функции будет большим. Соответственно такая траектория не может быть выбрана в ходе оптимизации. В другом же гомотопическом классе может оказаться го-

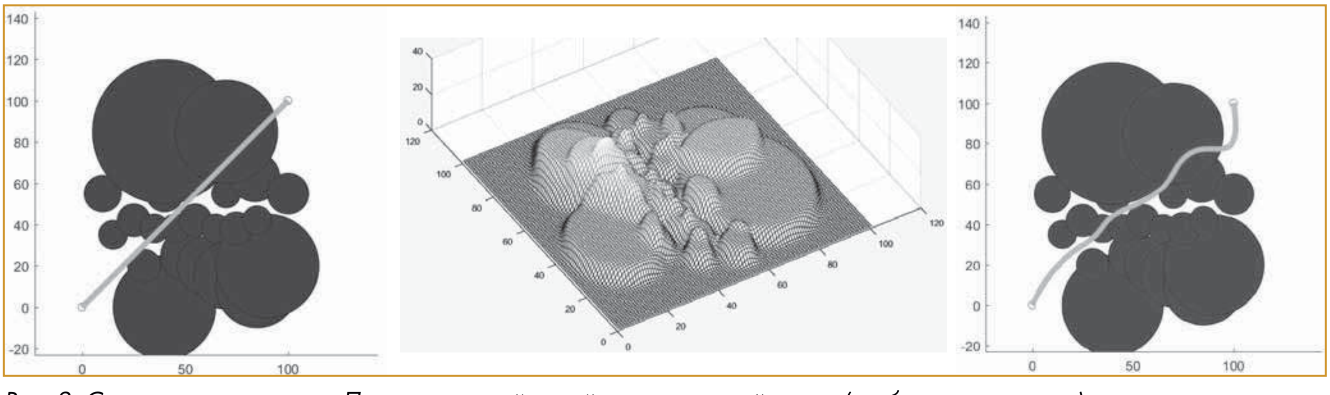

Рис. 2. Среда с препятствиями. Первоначальный сплайн в виде прямой линии (изображение справа), потенциальное поле препятствий (изображение в середине), сплайн-траектория, застрявшая в локальных минимумах потенциального поля (изображение справа)

раздо более оптимальная траектория относительно заданной целевой функции.

2) Без дополнительных проверок алгоритм [5] может зациклиться в локальных минимумах потенциальных полей (рис. 2). Так как потенциальное поле рассчитывается для каждого препятствия в виде круга, то в местах пресечения кругов образуются пики значений потенциального поля ввиду наложения значений поля от нескольких кругов. В случае, если отрезок, использующийся в качестве первоначальной итерации, попадает в локальный минимум потенциального поля, существует вероятность что в процессе итерационной оптимизации он так и не сможет покинуть эту область.

3) Алгоритм делает несколько первых итераций, чтобы траектория перестала пересекать препятствия, если первоначальный отрезок их пересекает. Этого можно избежать, если первоначальная траектория сразу будет безопасной для робота и не будет пересекать препятствия.

Новый метод многомотопического поиска оптимального маршрута

Ввиду перечисленных недостатков алгоритм не решает задачу поиска оптимальной траектории на всей карте. Для решения задачи поиска безопасной траектории для первой итерации предлагается использовать алгоритм A* [8] на предварительно вычисленном графе Вороного. Граф при этом вычисляется методом Эвклидового расстояния от препятствий [9]. Для этого следует:

1) Собрать контуры препятствий из пересекающихся кругов. В результате получатся невыпуклые полигональные препятствия.

2) Проверить контуры препятствий на наличие внутренних контуров. Их необходимо убрать из рассмотрения, если они есть.

3) Далее по алгоритму построения графа Вороного [9] от каждого отрезка из контуров препятствий строятся перпендикулярные лучи и в местах пересечения этих лучей ставятся точки, соединяя которые и получится граф Вороного.

После построения графа Вороного на нем проводится поиск k-путей. Для этого сначала проводится поиск отрезков, соединяющих точки старта и цели и графа.

<u>Лемма</u>

Пусть q — любая точка двумерного пространства, которая находится вне объектов из множества полигональных препятствий *Obs*. Тогда всегда существует отрезок, соединяющий точку q и граф Вороного, и который не будет пересекаться с объектами из множества *Obs*.

<u>Доказательство</u>

Выберем любую точку q пространства вне объектов из множества *Obs*. Возможно два варианта расположения.

1) Если точка q принадлежит какому-либо ребру графа Вороного или являться его узлом, то можно взять точку q', которая будет совпадать с q. Отрезок $[q, q']$ будет иметь нулевую длину и состоять из одной точки, которая по условию лежит вне объектов из множества *Obs*. Следовательно, отрезок $[q, q']$ также будет целиком находиться вне объектов из множества *Obs*.

2) Если точка q не принадлежит графу Вороного и, исходя из первоначального условия, q не принадлежит объектам множества *Obs*, то, так как диаграмма Вороного делит все существующее пространство на ячейки, она принадлежит какой-либо ячейке пространства $V(Oi)$ вокруг препятствия Oi. Вычислим такую точку qi из множества точек препятствия Oi, что дистанция $\Delta(q, qi)$ минимальна. Тогда вектор $(qi\ q)$ будет являться вектором градиента удаления от препятствия. Пусть (x, y) — координаты точки q. Создадим точку q', координаты (x', y') которой равны аффинному преобразованию $(x, y) + \tau^*(qi\ q)$. Тогда по определению вектора $(qi\ q)$ и при $\tau > 0$ точка q' будет находиться дальше от объекта Oi, чем точка q. При увеличении коэффициента τ расстояние между точкой q' и объекта Oi будет увеличиваться. Исходя из условия ограниченного пространства, и того, что в ячейке $V(Oi)$ нет объектов, кроме Oi, при определенном значении tau точка q' будет принадлежать границе ячейки $V(Oi)$ и, соответственно, графу Вороного. То есть отрезок $[q, q']$ будет целиком находиться вне объектов из множества *Obs* и соединять точку q и граф Вороного. Доказано.

Далее, k-кратчайших путей в графе находятся

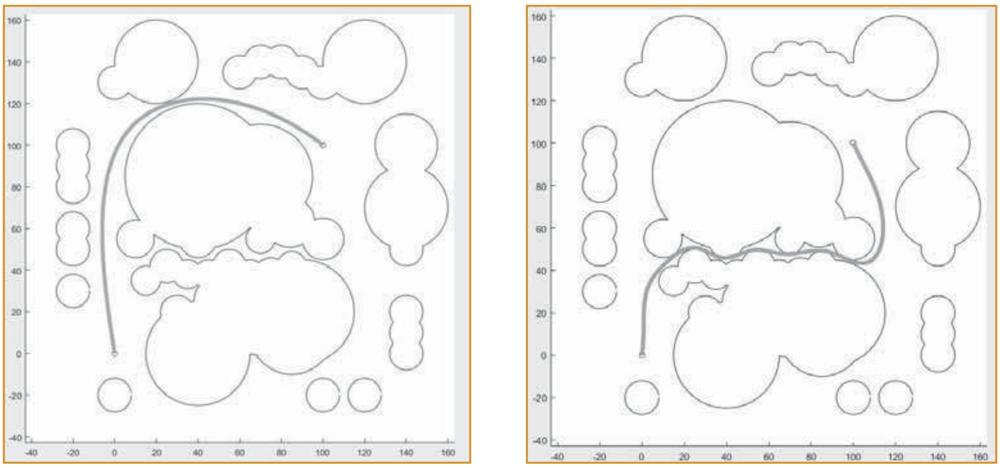

Рис. 3. Пример работы алгоритма по поиску оптимальных сплайн-траекторий в разных гомотопических классах путей

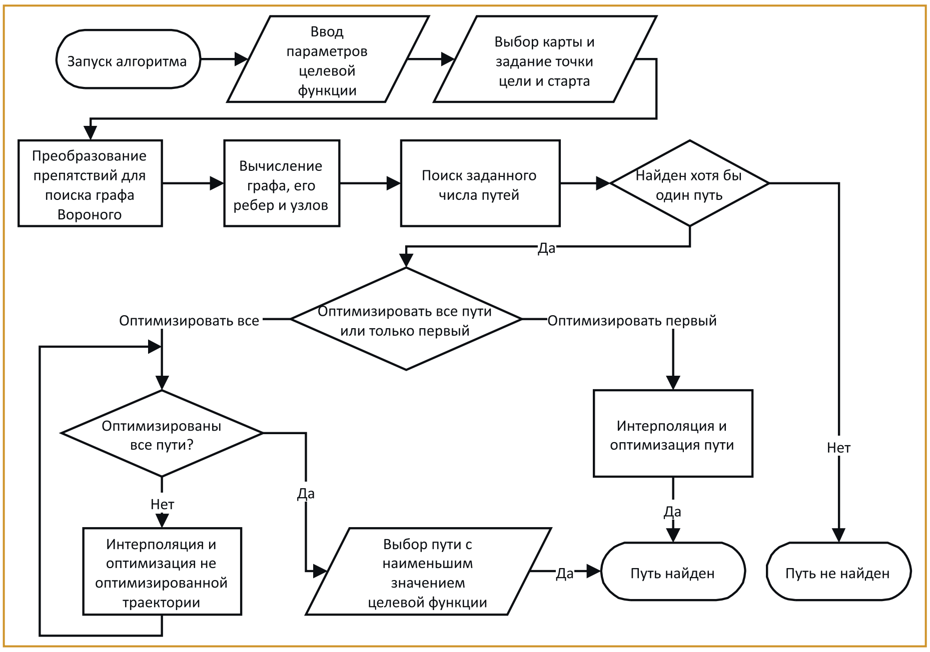

Рис. 4. Схема разработанного метода поиска оптимального пути

с помощью метода Йена [10]. Суть его заключается в том что сначала находится кратчайший путь с помощью метода A*, а затем из графа последовательно удаляются ребра, которые присутствуют в найденном пути, тем самым находятся траектории, находящиеся в других гомотопических классах (пример на рис. 3).

Конечные и узловые точки графа, через которые проходят найденные пути интерполируются составными кубическими *b*-сплайнами и оптимизируются методом Нелдера-Мида, аналогично исходному методу [5], используя целевую функцию свертки параметрически заданных критериев.

Разработанный алгоритм был реализован в среде Matlab и протестирован. В ходе более двух тысяч экспериментов на более чем 20 разнообразных картах алгоритм находил заданное число путей из разных гомотопических классов в 100% процентах случаях, выбирая среди них наиболее оптимальный согласно заданной целевой функции.

Заключение

Представленный алгоритм (рис. 4) на основе исходного метода успешно решает задачу многогомотопического поиска оптимального пути с использованием множества критериев оптимальности. Данный метод, основанный на графе Вороного, помогает избежать проблемы застревания пути в ходе итерационного процесса в локальных минимумах потенциального поля и предоставляет большую гибкость для оптимизации маршрута.

Благодаря использованию графа Вороного, возникла возможность поиска траекторий в разных гомотопических классах. Траектории в разных гомотопиях интерполируются кубическим *b*-сплайном, и по окончании итерационного процесса оптимизации, из них выбирается та, значение целевой функции которой минимально. Возможно добавление новых, параметрически заданных нетривиальных критериев в целевую функцию, что позволит использовать алгоритм для планирования траектории движения автономных робототехнических устройств в сложных условиях, где существуют особые требования на траекторию устройств.

Список литературы

1. *Соловьев, В.В.* Планирование траектории подвижного объекта с применением диаграммы Вороного / В. В. Соловьев, И. О. Шаповалов, В. В. Шадрина // Известия Южного федерального университета. Технические науки. — 2015. — 2 (163).
2. *Khatib, O.* Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots/O. Khatib//Autonomous robot vehicles. — Springer, 1986. — с. 396-404.
3. *Васильев В.А.* Введение в топологию //М.: ФАЗИС. – 1997.
4. *Лавренов Р.О., Афанасьев И.М., Магид Е.А.* Планирование маршрута для беспилотного наземного робота с учетом множества критериев оптимизации //Беспилотные транспортные средства с элементами искусственного интеллекта. – 2016. – С. 10-20.
5. *Magid E. et al.* Spline-based robot navigation //2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. – IEEE, 2006. – С. 2296-2301.
6. *Бороноев В. В., Ринчинов О. С.* Методы сплайн-аппроксимации в задаче амплитудно-временного анализа пульсовой волны//ВВ Бороноев, ОС Ринчинов. — 1998. — С. 1043-1057.
7. Convergence properties of the Nelder–Mead simplex method in low dimensions / J. C. Lagarias [и др.] // SIAM Journal on optimization. — 1998. — т. 9, № 1. — с. 112-147.
8. *Hart, P.E.* A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths / P. E. Hart, N. J. Nilsson, B. Raphael // IEEE transactions on Systems Science and Cybernetics. — 1968. — т. 4, № 2. — с. 100-107.
9. *Lau, B.* Improved updating of Euclidean distance maps and Voronoi diagrams / B. Lau, C. Sprunk, W. Burgard // 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. — IEEE. 2010. — с. 281-286.
10. *Yen J. Y.* Finding the k shortest loopless paths in a network// management Science. — 1971. — Т. 17. — №. 11. — С. 712-716.

Лавренов Роман Олегович *– старший преподаватель кафедры интеллектуальной робототехники,*
Магид Евгений Аркадьевич *– профессор кафедры интеллектуальной робототехники*
Высшей Школы Информационных Технологий и Интеллектуальных Систем (ИТИС)
Казанского (Приволжского) Федерального Университета.
Контактный телефон +7(937)008-25-00.
E-mail: lavrenov@it.kfu.ru magid@it.kfu.ru

Поступила в редакцию 8.06.2020 *Принята в печать 1.07.2020*